

## السلوك اللدن للأعمدة الفولاذية لامركزية التحميل ذات المقطع البروفيلية H

د.م. مؤيد صبح صبح

أستاذ مساعد، قسم الهندسة الإنشائية، كلية الهندسة المدنية، جامعة دمشق.

### المُلخَص

يمكن وصف سلوك التحنيب بأنه الانعطاف المفاجئ في العناصر الإنشائية تحت حمل الضغط المحوري. كما هو معروف، الأعمدة هي في الغالب عناصر إنشائية نحيفة عند ازدياد حملها قد تفشل بسبب عدم الاستقرار. تعتبر صيغة أويلر بمثابة فشل العمود الحاصل من الضغوط التي تسببها الإجهادات الناتجة عن الانعطاف الجانبي فقط. هذا الافتراض صالح للأعمدة الطويلة فقط، لأن الفشل الذي يحدث في الأعمدة القصيرة والمتوسطة ينتج من مزيج من الضغط المباشر والانعطاف. تنهج الأعمدة تحت الضغط اللامركزي في الغالب سلوكا تحنيبيا مرنا، حيث يتم اعتماده في معظم الكودات العالمية. أثبتت دراسات متعددة بشكل مبكر أن هناك احتياطي لدن يمكن تحفيزه قبل حصول انهيار التحنيب في الأعمدة المضغوطة لا مركزيا.

تم في سياق هذه الدراسة تطوير معادلات التفاعل للأعمدة في حالة الضغط اللامركزي لإنتاج مخططات تغطي مجالا واسعا من منطقة عمل لعلاقة المقدره مع درجة اللامركزية، كما تم استنتاج علاقات للاستقرار ترتبط باللامركزية من خلال ربط درجة اللامركزية مع النحافة. جرى تجريب المخططات المقترحة على عمود يحمل مقطع بروفيلي H، يبين المخطط ان هناك إمكانية للحصول على سلوك لدن من خلال معرفة نقاط تقاطع النحافات مع مخطط تفاعل القوى، وبالتالي الوصول الى تصميم مثالي للعمود تحت الضغط اللامركزي يعطي سلوكا لدنا. إن تحفيز السلوك اللدن في مسائل الضغط الأستقراري هو مسألة حيوية للمنشآت ، حيث تمنع الانهيارات المفاجئة و تعطي استجابة جيدة اثناء الحمولات الزلزالية.

**الكلمات المفتاحية:** الضغط اللامركزي ، السلوك اللدن، درجة اللامركزية، مسألة

الإجهادات، مسألة الاستقرار، مسألة التفرع، مخططات التفاعل

تاريخ الإيداع: 2022/8/11

تاريخ القبول: 2022/8/30



حقوق النشر: جامعة دمشق - سورية،

يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب

الترخيص **CC BY-NC-SA 04**

## Plastic behaviour of eccentricity loaded H-Profile columns

**Dr. Eng. Moaid Subh Subh**

Docent at structural Engineering Department, Faculty of Civil Engineering, Damascus University.

### Abstract

Buckling behavior can be described as the abrupt bending of the structural elements under an axial stress load. As it's known, Columns are mostly slender structural elements that can fail due to instability when overloaded. Euler's formula is the failure of the column due to the compression caused by the stresses due to a lateral bending only. This assumption is valid for long columns only, the failures that occur in short and medium length columns result from a combination of direct compression and bending.

Columns under eccentricity compression mostly conduct an elastic buckling behavior, which is adopted in most international codes. Multiple studies have proved early that plastic reserve can be stimulated before buckling collapse occurs in the eccentricity compressed columns.

In the context of this study, the interaction equations of the columns in the case of eccentricity compression were adapted to produce charts that cover a wide range of work area for the relationship of capacity with the degree of eccentricity. The relationships of stability related to eccentricity were concluded by linking the degree of eccentricity with slenderness .

The proposed charts were tested on a column with a profile section H, it shows that there is a possibility to gain plastic behavior by knowing the points of intersection of the slenderness with the force interaction chart, and thus enable an ideal design for the column under eccentric pressure that motivate plastic behavior.

Stimulating plastic behavior in eccentric pressure column is a vital issue for structures, as it prevents sudden collapses and gives a good response during seismic loads.

**Keywords:** Eccentricity compression, Plastic behaviour, Eccentricity degree, Stresses Problem, Stability problem, Bifurcation problem, Interaction charts.

Received: 11/8/2022

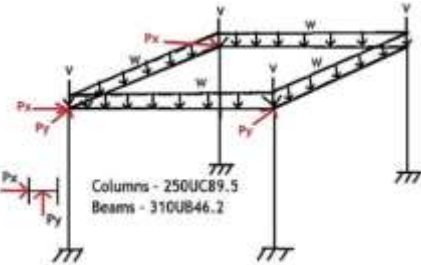
Accepted: 30/8/2022



**Copyright:** Damascus University- Syria, The authors retain the copyright under a CC BY- NC-SA

## 1. المقدمة

سميتيسيس Simites في العام 1986 [9]. حافظ موضوع تحنيب الأعمدة على أهميته في الوقت الحاضر، وقد تم إجراء العديد من الدراسات حول الموضوع مع النظر في حدود مختلفة الشروط والتأثيرات والأشكال والطرق. إحدى المشكلات المهمة في الأعمدة التي ظهرت في الأونة الأخيرة هو تحديد الشكل الأمثل ضد التحنيب، أي أقوى عمود، أي العمود الذي يحمل أكبر قوة في حالة التحنيب. من التحقيقات المهمة في هذا السياق وردت في دراسة كيلر Keller [10]. يمكننا أيضا أن نرى من مصادر المراجع المفتوحة أن تحنيب العمود هي مشكلة مهمة وفعلية للباحثين والمهندسين. في الدراسة الحالية نتقصى التحنيب تحت الضغط اللامركزي للندن لأعمدة الفولاذ ذات المقطع H مؤلفة من أطوال مختلفة حيث تمت معالجة ظروف العلاقة P/M لقوة الضغط P والعزم الناتج عن اللامركزية  $M_e$ ، وتأثير نسبة النحافة  $\lambda$ . في دراسة أجراها كولو ورفاقه Collo [11] تمت دراسة تأثير تفاعل الانعطاف الخارج عن الاستقامة مع عزوم الحملات حول المحور الرئيسي ثم الثانوي. درست تبعية مسار الحملات باستخدام طريقة التحليل المباشر الممتد Extended Direct Analysis (EDA) التي تم تطويرها لتحليل جملة إطار فولاذي ثلاثي الأبعاد بسيط منخفض الارتفاع (شكل 1) تحت أحمال ثنائية المحور ثلاثية الأبعاد في مسارات تحميل عشوائية يأخذ في الاعتبار الظروف غير المثالية كالإجهادات الذاتية المتبقية، وعدم استقامة العناصر، والتباين الإحصائي في القدرات، واللدونة، والتأثيرات الهندسية من الدرجة الثانية.



الشكل (1) دراسة الأعمدة تحت الضغط اللامركزي في إطارات ثلاثية الأبعاد [11]

لقد وجد أن المقدرة اللدنة للأعمدة الفولاذية تعتمد على مسار الحملات، حيث تقل المقدرة اللدنة بنسبة تصل إلى 18% عندما يحدث التحميل في المحور الرئيسي والثانوي في نفس الوقت. من خلال إكمال التحميل ثنائي الاتجاه على إطار ثلاثي الأبعاد بسيط. في دراسة أخرى أجراها ليفالينكو ورفاقه [12]

يمكن وصف سلوك التحنيب بأنه الانعطاف في العناصر الإنشائية تحت حمل الضغط المحوري. كما هو معروف، الأعمدة هي في الغالب عناصر إنشائية نحيفة عند ازدياد حملها قد تفشل بسبب عدم الاستقرار. التجارب المبكرة الرائدة على التحنيب الناتج عن الضغط، تم إجراؤها بواسطة موشينبروك Musschenbroek [1]، ثم قام أويلر Euler [2] بتقصي الاستقرار المرن مركزي الضغط للعناصر الإنشائية وأعطى علاقات التحنيب للأعمدة. يمكن وصف سلوك التحنيب بأنه الانعطاف في العناصر الإنشائية تحت حمل الضغط المحوري. كما هو معروف، الأعمدة هي في الغالب عناصر إنشائية نحيفة عند ازدياد حملها قد تفشل بسبب عدم الاستقرار. التجارب المبكرة الرائدة على التحنيب الناتج عن الضغط، تم إجراؤها بواسطة موشينبروك Musschenbroek [1]، ثم قام أويلر Euler [2] بتقصي الاستقرار المرن مركزي الضغط للعناصر الإنشائية وأعطى علاقات التحنيب للأعمدة. تعتبر صيغة أويلر بمثابة فشل العمود الحاصل من الضغوط التي تسببها الإجهادات الناتجة عن الانعطاف الجانبي فقط. هذا الافتراض صالح للأعمدة الطويلة فقط، لأن الفشل الذي يحدث في الأعمدة القصيرة والمتوسطة ينتج من مزيج من الضغط المباشر والانعطاف. تمت مراجعة استخراجات أويلر الرياضية للأعمدة بواسطة بلايخ Bleich [3] وتيموشينكو Timoshenko [4]. تم فحص الحالة الإستقرارية للجملة المرنة عمود-جائز Elastic Beam-Column من قبل تيموشينكو وجير Timoshenko and Gere [5]. في دراسة متطورة أجرى كل من براش وألمورث Brush and Almroth [6] تحليلات لأول مرة في العام 1975 متميزة لتحنيب القضبان والألواح والقشريات. قام شريفاستافا Shrivastava [7] في العام 1980 بدراسة تحنيب الأعمدة تحت حملات ضغط متغيرة. قام جونسون Johnston [8]

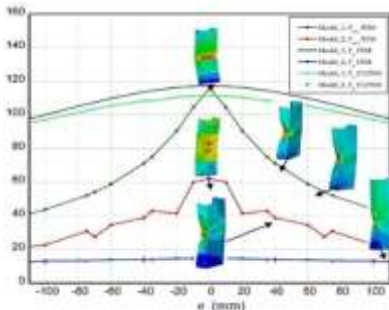
بتحليل التطور التاريخي للاستخراجات التي تغطي تطوير وتطبيق الصيغ الهندسية لقوة التحنيب لعمود مثالي مع تعديلات للسلوك غير المرن في العام 1983 ثم طورت المفاهيم الأساسية والمنهجية للحل الهندسي للاخطي للعمود في دراسة أجراها

20% من حمل التحنيد الحرج لأويلر و 40.1% من حمولة رانكين الحرجة Rankine's critical buckling load.



الشكل (3) نموذج تحنيد عمود 203x203x46UC باستخدام برنامج ANASYS تحت تأثير لامركزية طارئة [13]

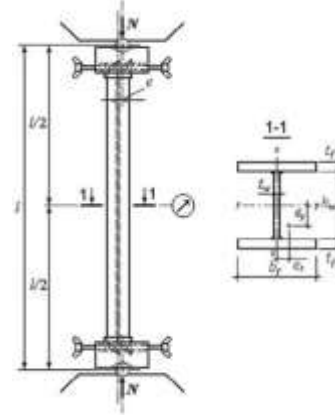
أن أهمية هذه الدراسة تمكن في اظهار أهمية تفادي اللامركزية اثناء إنشاء وتركيب الأعمدة الفولاذية، حيث تُظهر النتائج المستخلصة من الدراسة العديدة أن الأحمال غير المركزية بنسبة 20% من حمل التحنيد الحرج لأويلر و 40.1% من حمل رانكين الحرج مع انحراف 37.5 مم يمكن أن تؤدي إلى فشل هندسي لعمود نموذجي من النوع 203x203x46UC. أيضا تأثير مقدار اللامركزية على مقدرة التحنيد كان موضوع الدراسة البارامترية التي أجراها دويينا و رفاقه Dubina [14] والتي عالجت تأثير انحرافات الأحمال الكبيرة نسبياً فيما يتعلق بالمحور الثانوي والرئيسي على قوة التحنيد وأنماطه للأعمدة المؤلفة من مجاري فولاذية مشكّلة



الشكل (4) تأثير مقدار اللامركزية على مقدرة و نمط التحنيد لعمود مؤلف من مجارية مشكّلة على البارد [14]

على البارد والتي تتعرض للضغط اللامركزي (شكل 4). وبمقارنة النتائج النظرية مع نتائج الاختبارات التجريبية تبين بالفعل أن مقدرة التحنيد في مجال ما بعد التحنيد Post buckling والحاصلة في الحالتين (ما بعد التحنيد المرن أو ما بعد التحنيد اللدن) يتعلق بالدرجة الأولى بموقع إنحراف

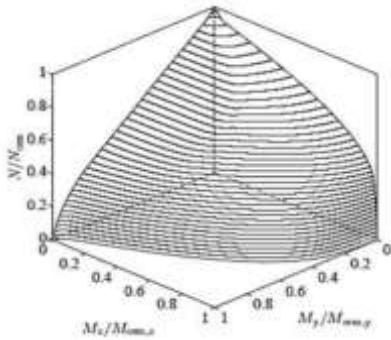
Evtushenko تمت دراسة أعمدة مضغوطة غير مركزية من مجموعة المقاطع على شكل H. جذع المقطع البروفيلي مصنوع من الفولاذ منخفض المقاومة، والأجنحة مصنوعة من فولاذ عالي المقاومة (شكل 2). تم ضبط علاقات التحليل الرياضية مع اختبارات عملية، ثم طبق التحميل بشكل لامركزي عبر لوح فولاذي. أجريت الحسابات باستخدام برنامج ANSYS مع مراعاة اللاخطية المادية والهندسية.



الشكل (2) نموذج لعمود التجربة المؤلف من مقاطع H حيث الجذع من فولاذ عادي و الجذع من فولاذ عالي المقاومة [12]

خلصت الدراسة إلى نتيجة مفادها أن استخدام فولاذ عادي المقاومة في الأجنحة ومنخفض المقاومة في الجذع يعطي مقطعا مثالي المقدرة ضد التحنيد. أجريت دراسة أثر مقدار اللامركزية على المقدرة التحنيدية للأعمدة من قبل أوفاح Ufuah [13]، حيث تم إجراء تحليل أثر التشويش الخطي على عمود فولاذي ذي طرف متمفصل باستخدام حل القيمة الذاتية Eigen solver لأشكال وضع التحنيد المختلفة. وضعت خطة لتوضيح السلوك المحتمل للعمود عند تعرضه لحالات ضغط مختلفة. تم إجراء التحليل الستاتيكي مع تعرض العمود لمقادير متفاوتة من الأحمال غير المركزية. تم البحث عن مستوى التحميل الذي سيفشل فيه العمود عند تعرضه للأحمال اللامركزية (شكل 3). بدء باستخدام قيمة حمل أساسية تعادل 10% من حمولة أويلر الحرجة ثم زيادتها بمقدار 20% في كل خطوة. تم اكتشاف أن 10% من حمل التحنيد الحرج لأويلر يمكن أن يغير صلابة العمود عند تحميله بشكل لا مركزي، ولوحظ كذلك أن العمود الفولاذي فشل أخيراً عند حمل أكبر من

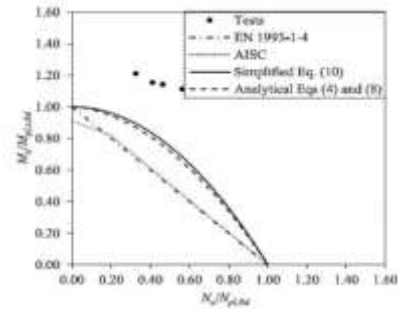
قام ليوو ورفيقيه بتطوير طريقة المقاومة المستمرة (CSM) Continuous Strength Method والتي تعتبر منهج لتصميم الفولاذ الإنشائي القائم على الإجهاد والذي يسمح بالتأثير المفيد لتصلب التقسية التشوهي. تم تطوير هذه الطريقة مسبقاً للتنبؤ بمقدرة الضغط و الانعطاف بشكل معزول عن التأثيرات الجانبية. يصف هذا البحث تطويراً للطريقة للتمكن بالتنبؤ بالمقاومة النهائية للمقطع العرضي للمقاطع H والمقاطع الصندوقية تحت تأثير التحميل المشترك للضغط والانعطاف. يوجد في صميم الطريقة منحنى قاعدي يربط قدرة تشوه المقطع العرضي على نحافة المقطع العرضي. تُعرّف قدرة التشوه على أنها نسبة الحد الأقصى من التشوه الذي يمكن أن يتحملة المقطع العرضي بالنسبة إلى التشوه اللدن (عند الخضوع). بمعرفة هذا التشوه المحدد وافترض بقاء المقاطع العرضية مستوية ، يمكن حساب مقاومة المقطع العرضي لمجموعات من الحمل المحوري المرافقة لعزم الانعطاف، من خلال دمج الإجهادات الناشئة عن نموذج تصلب التقسية التشوهي مع مساحة المقطع العرضي.



الشكل (6) منحنيات التفاعل السطحية المولدة من النموذج العددي لمقطع فولاذي H بمعدل تشوه ثابت [19].

من خلال إدخال تراكيب الحملات في مجموعة من مجموعات الإجراءات المطبقة ، تم إنتاج علاقات تحليلية تعطي قيمة رقمية لبناء أسطح و خطوط التفاعل للعزوم و قوى الضغط، والتي تم ترشيدها بعد ذلك إلى علاقات بسيطة لاستخدامها في التصميم (شكل 6). تمت مقارنة تنبؤات تصميم CSM الناتجة للمقاطع الصندوقية و H مع البيانات الناتجة عن اختبارات عملية، وتبين أنها تعطي مقدرة إضافية على بالمقارنة مع طرق التصميم الحالية وتقلل من تشتت التنبؤات. يعود السبب الأساسي في نجاح

اللامركزية عن المحور القوي أو الضعيف، ولذلك تم الاستنتاج بأن الفرق بين أحمال اللامركزية حسب موقع القوة من المحور الضعيف كبير نسبياً، وبالتالي يجب أن يؤخذ أثر اقتراب الحمل اللامركزي من المحور الضعيف بعين الاعتبار عند التصميم على اللامركزية. دراسة جديدة لتطوير طرق تحليل الأعمدة المضغوطة لا مركزياً أجراها ليانغ ورفاقه Liang في بحثين متتاليين [15] [16] حيث تم اقتراح طرق دقيقة لحساب المقدرة التحنيفية للأعمدة مؤلفة من مقاطع ستانلس ستيل حديدي المنشأ ferritic stainless steel channel sections بالمقارنة مع الطرق المقدمة في الكودات العالمية [17] [18]. تم التركيز في هذا البحث على المحاكاة الرقمية وتصميم أقسام المقطع الفولاذي تحت ضغط مشترك وانعطاف حول المحور الثانوي. باستخدام النماذج العددية التي تم التحقق من صحتها في الورقة الأولى [15]، أجريت دراسات بارامترية لتوليد بيانات الأداء الانتشائي لمجموعة واسعة من المقاطع تتنوع فيها متحولات واسعة من نسب العرض إلى الارتفاع والنحافة، وتراكيب الحملات واتجاهات مختلفة للانعطاف. تظهر مقترحات التصميم الجديدة

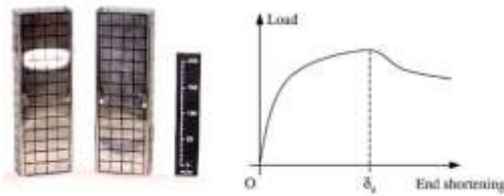


الشكل (5) نتائج الدراسة التحليلية الدقيقة حسب [15] و [16] بالمقارنة مع أهم الكودات العالمية

أنها تعطي تنبؤات مقاومة أكثر دقة بالمقارنة مع قواعد التصميم الحالية " الكود الأوروبي EN 1993-1-4 [10] ودليل تصميم AISC " (شكل 5)، كما تقدم منحنيات تفاعل لدنة تتميز بتحديد مجالات السلوك للسماح بتحديد منطقة تصلب التقسية التشوهي Strain hardening.

تستند النتائج الدقيقة التي حصل عليها Liang على طرق التحليل الانتشائي المبنية على التشوهات Strains والتي يمكنها من إدخال أثر تصلب التقسية التشوهي في عمليات التصميم كما في الدراسة المقدمة من قبل ليوو Liew ورفيقيه في [19].

بالإضافة إلى النمذجة الدقيقة للمواد، فإن السمة الرئيسية لطريقة التصميم الجديدة هي استبدال مفهوم تصنيف المقطع العرضي بمعامل مستمر لا بعدي يقيس قدرة تشوه المقطع العرضي. تم تعريف معامل جديد يقيس نحافة أجزاء المقطع العرضي  $\beta$  ثم اشتقت علاقة تربط بين نحافة المقطع العرضي ومقدرة التشوه (شكل 7)، تم ضبط النتائج من خلال اختبارات أجريت على عمود قصير مشكل على البارد تحت الضغط (شكل 8).



الشكل (8) تجربة ضبط العلاقة ما بين الإجهادات والتشوهات لعمود قصير مشكل على البارد [20]

اثبتت التجارب أن هذه الطريقة تعطي متوسط زيادات في المقاومة بالمقارنة مع طرق الكود الأوروبي الحالية بحوالي 30% للفولاذ المقاوم للصدأ و 10% للألمنيوم. حالت نتائج الاختبارات غير الكافية دون إجراء مقارنة مكافئة للفولاذ عالي المقاومة، ولكن بالنظر إلى الدرجة المماثلة من عدم الخطية، يمكن توقع نتائج مماثلة لتلك التي تم الحصول عليها للألمنيوم.

## 2. المقدرة الستاتيكية اللدنة للعناصر الفولاذية

### المضغوطة لامركزيا

تتعلق مقدرة العناصر المعرضة للضغط اللامركزي بشكل عام بالعلاقة ما بين مقدرة الضغط المرنة  $N_{El}$  أو اللدنة  $N_{pl}$  ومقدرة الانعطاف المرن  $M_{El}$  أو اللدن  $M_{pl}$  والنتائج عن اللامركزية. في حالة الضغط الصافي تسري المعادلة

$$N_{El} = N_{pl} = \sigma_F \dots Eq1$$

(حيث  $F = f_y$  إجهاد الخضوع Yielding Stress ) .

عند تراكم القوى الضاغطة مع العزم نحصل على المقدرة

الستاتيكية المرنة  $(M/N)_{El}$  من العلاقة:

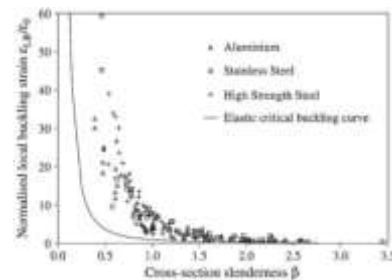
$$\frac{N}{F} \pm \frac{M}{W} = \sigma_F \dots Eq2$$

(تسري المعادلة Eq2 على مقطع بروفيلي H متناظر،

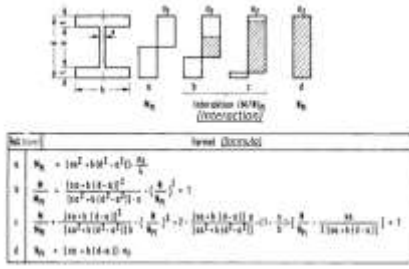
حيث  $F$  مساحة المقطع العرضي و  $W$  العزم المقاوم المرن، مع الفرض أن إجهاد الخضوع في حالة الضغط والإجهاد اللدن

الطريقة الجديدة المشروحة أعلاه هو اعتماد مخططات السلوك ثنائية الخطوط (bi-linear (elastic, perfectly plastic) material behaviour بدلا من طريقة تصنيف المقاطع Section classification المعتمدة في الكودات العالمية. هذه الطريقة تم تقديمها من قبل غراندر Gardner في دراسة لسلوك مواد البناء المعدنية حصرا (كالسنانل ستيل والألمنيوم والفولاذ عالي المقاومة) [20].

تظهر الدراسة انه على الرغم من أن استخدام مخطط السلوك للفولاذ الإنشائي (إجهاد-تشوه) قد أعطى نتائج دقيقة و مناسبة لأغراض التصميم من خلال نموذج مادة لدنه-مرنه مثالية باتباع طريقة تصنيف المقطع Section classification، إلا أن هناك عدد من المواد الإنشائية، مثل الألمنيوم والفولاذ المقاوم للصدأ وبعض الفولاذ عالي المقاومة المشغول على البارد تعطي نتائج غير دقيقة بسبب عدم خطية علاقة الإجهاد والتشوه في المجال القريب من نقطة الخضوع (Yielding point) باتجاه الأسفل و كذلك تواجد مجال تصلب التقسية التشوهي Strain hardening بعد نقطة الخضوع، بحيث يمكن اعتبارها طريقه تصميم محافظة للغاية Very conservative. تم تطوير طريقة جديدة تستخدم نمودجا أكثر دقة للمواد المعدنية تحتوي على امكانية مستمرة لقياس تشوه المقطع العرضي (بدلاً من النظام التقديري القائم على التصنيف Section classification) وذلك لتوفير تصميمات أكثر عقلانية وكفاءة. تصف الدراسة الواردة في [20] الأساس لطريقة التصميم المقترحة وتقدم مقارنة مع النتائج التي تم الحصول عليها من الاختبارات العملية وتلك المتوقعة من خلال منهجية Eurocode الحالي. تقدم طريقة التصميم المقترحة زيادات متوسطة في مقاومة العناصر الإنشائية بحوالي 20% مقارنة بمنهجية Eurocode الحالي، وتقلل من تشتت النتائج.



الشكل (7) تطبيع تشوهات التحنيط المحلي Normalized local buckling strain بالعلاقة مع نحافة المقطع Section slenderness [20]



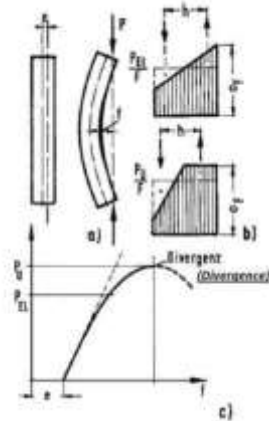
الشكل (10) معادلات التفاعل اللدنة  $(M/N)_{Pl}$  للمقطع البروفيلي H [22]

$$M_{Pl,N} = 1.1 \left(1 - \frac{N}{N_{Pl}}\right) \cdot M_{Pl} \rightarrow \left(\frac{N}{N_{Pl}} \geq 0.1\right) \dots Eq5$$

(حيث يشير الدليل  $Pl, N$  عند العزم إلى التخفيض الناتج عن مشاركة القوة النازمية حسب مخططات الفاعل) في حالة القوة النازمية الصغيرة تعود المقدرة العزمية كاملة:

$$M_{Pl,N} = M_{Pl} \rightarrow \left(\frac{N}{N_{Pl}} < 0.1\right) \dots Eq6$$

تتمثل المقدرة القصوى للعمود المضغوط بالقيمة الحدية  $P_{El} = +N_{El}$  (شكل 11) والتي تمثل حالة وصول الألياف الطرفية المضغوطة لمقطع ثنائي التناظر إلى إجهاد الخضوع  $y$  [21].



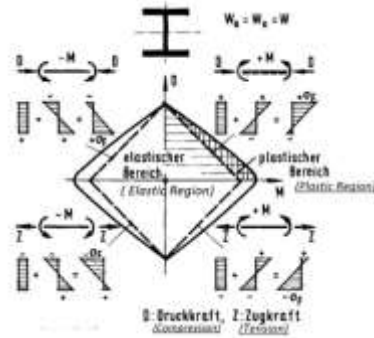
الشكل (11) المقدرة المرنة واللدنة القصوى لعمود مضغوط لا مركزيًا. [25]

عند ازدياد التحميل الخارجي بعد الوصول إلى  $P_{El}$  تبدأ اللدونة بالتسرب إلى داخل المقطع الهندسي بالتزامن مع انتشارها على المسار الطولي للعمود باتجاه الأعلى والأسفل. تصبح التشوهات غير متناسبة (غير متناسبة تعني: غير خطية، وبالتالي فإن معدل زيادة التشوهات لا يتناسب مع معدل زيادة القوى) عند الاقتراب من الحمولة الحدية القصوى  $P_u$ ، حيث تزداد التشوهات مع بقاء القوى ثابتة، في المرحلة التي تتزايد فيها القوى الخارجية المطبقة ما بعد  $P_{El}$  إلى  $P_u$  تتزايد إجهادات

متساويين، كما أن إشارة الضغط "والتي سنرمز لها أيضاً بالرمز  $D$  المساوي عملياً للقوة النازمية  $N$ " موجبة والشد سالبة). يمكن التعبير عن علاقة المقدرة المرنة للضغط اللامركزي عندئذ بالمعادلة:

$$\frac{D}{F} + \frac{M}{W} = \sigma_F \dots Eq3$$

تعتبر المعادلة Eq3 محدودة بخط مستقيم حيث المجال المرن في مخطط التفاعل  $(M/N)$  (شكل 9)، حيث تتواجد قوة الضغط  $D$  في الأرباع الموجبة لمخطط التفاعل [21].



الشكل (9) مخطط التفاعل للقوى النازمية والعزم  $(M/N)$  [21]

أما المقدرة اللدنة فتحصر ما بين خط مستقيم وخط منحنى، إن تواجد القوى النازمية مع العزم يخفض المقدرة العزمية اللدنة الصافية للمقطع الهندسي والعكس صحيح، وبالتالي فإن تراكب العزم مع القوى النازمية يعتبر حالة تفاعل Interaction. في حالة المقاطع البروفيلية H تتعلق المقدرة اللدنة النهائية بموقع المحور المحايد "فيما إذا كان يقع في جذع المقطع الهندسي Web أو في الجناح Flange" والذي يتعلق بالنسبة التفاعلية اللدنة  $(M/N)_{Pl}$  [22].

(يبين الشكل 10 معادلات التفاعل حسب موقع المحور المحايد). لتبسيط معادلات الحالات a,b,c,d يمكن تقريب الخط المنحني لمعادلات التفاعل إلى خط مستقيم، وبالتالي اختصار المعادلات في الشكل 10 إلى العلاقة التالية [23]:

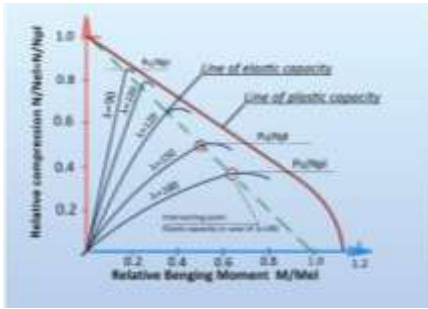
$$\frac{N}{N_{Pl}} + \frac{1}{1.1} \frac{M}{M_{Pl}} = 1 \quad \left(\frac{N}{N_{Pl}} \geq 0.1\right) \dots Eq4$$

يتم عادة حل مسألة التفاعل بحساب حصة القوى النازمية من التفاعل  $\left(\frac{N}{N_{Pl}}\right)$ ، حيث  $(N_{Pl} = \sigma_F \cdot F)$  ثم حساب المقدرة العزمية المخفضة بتأثير القوة النازمية:

تعتبر الطاقة القصوى التي يمكن الحصول عليها من مخطط التفاعل الوارد أعلاه مسألة إجهادات بحته Stresses problem، وهي بالطبع محدودة بالطاقة القصوى التي يمكن الحصول عليها من مسألة الاستقرار Stability problem، واللذان تعتبران جزءاً من المسألة الشاملة: مسألة التفرع Bifurcation problem. تسمح تقنية تقاطع خطوط مسألة الاجتهادات مع مسألة التفرع بالحصول على توازن التفرع الستاتيكي Bifurcation of equilibrium [24].

بالاعتماد على طريقة رسم مخطط السلوك للعمود بطريقة مشابهة للشكل 11، يمكننا تمثيل حالات استقرار تتغير حسب النحافة  $\lambda$ . الاحتمالات العملية لنحافات العمود تتراوح ما بين (  $\lambda=90 \rightarrow \lambda=180$  ). بتمثيل حالات السلوك للعمود المدروس على الشكل 12 نحصل على الشكل 13 الذي يعطي عند نقاط تقاطع منحنيات السلوك عند درجات متعددة للسلوك مع خطوط التفاعل المقدر الستاتيكية المرنة Elastic static capacity، كما يبين بوضوح وجود احتياطي لدن ما بين الخط المستقيم والمنحني، لكن أقل من القيمة  $\frac{P_u}{N_{pl}}$ .

إن الحسابات العملية للأعمدة المضغوطة لا مركزياً تتعلق بمدى انحراف قوة الضغط عن المسار المستقيم للعمود، وهو



الشكل (13) الاستحصال على المقدر المرنة القصوى - الاحتياطي اللدن للأعمدة المضغوطة لا مركزياً

ما نعبر عنه عملياً بالنسبة  $\frac{f}{d}$  (والتي سنطلق عليها إسم درجة اللامركزية Eccentricity degree)، حيث  $d$  ارتفاع المقطع البروفيلي H. بتعويض قيمة عزم اللامركزية التفاعلي  $M = P \cdot f$  والمقدرة العزمية للمقطع البروفيلي  $M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y$  للمقطع البروفيلي H في المعادلة

الضغط في وسط العمود و تنخفض المقدره ، فيما يزداد حجم الإجهادات الأسمى الناتج عن العزم وتنخفض قيمة ذراع العزم  $h$ . يفقد العمود توازنه و ينهار عند الوصول إلى الحمولة الحدية  $P_u$ ، تسمى هذه الوضعية بحالة التوازن التفرعي Divergence stability، والتي لا تتوافق مع حالة تلدن عرضي كامل للمقطع الهندسي وبالتالي فإن هذه الوضعية لا تسمح بالوصول إلى طاقة المقاومة القصوى على الضغط للعمود Ultimate compression capacity.

### 3. المقدر الستاتيكية اللدنة للأعمدة الفولاذية ذات

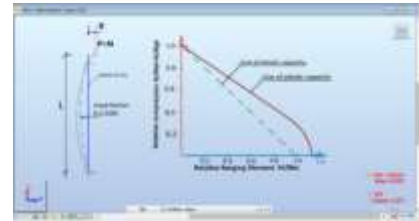
#### المقاطع H تحت الضغط اللامركزي

تبحث هذه الورقة المقدر الستاتيكية اللدنة للأعمدة الفولاذية ذات المقاطع H المعرضة إلى لامركزية صغيرة، حيث دلت الدراسات الواردة أعلاه على وجود احتياطي لدن مهم لهذه الحالة، كما يمكن التقصي عن الدور الذي يمكن أن تلعبه هذه الأعمدة تحت الحمولات الزلزالية وغيرها.

سنقوم بتحليل حالة لعمود من مجموعة المقاطع البروفيلية كنموذج حسابي، ثم نعمم الحالة على مجموعة المقاطع البروفيلية H و سنختار لهذه المهمة المقطع البروفيلي IPE160 . عند تعرض عمود إلى لامركزية ثابتة مقدارها  $e=10 \text{ mm}$  مع انحراف قياسي قيمته  $f_0 = \frac{L}{100}$  [17]، تحسب العزوم نتيجة لامركزية كلية مقدارها  $f = f_0 + e$ ، بحيث يكون عزم اللامركزية الكلي  $M = P \cdot f$ . عند رسم مخطط التفاعل للعزم النسبي  $M/M_{el}$  مع قوة الضغط النسبية  $N/N_{pl}$ ، تظهر منطقة ما بين المقدر المرنة القصوى Elastic capacity والمقدرة اللدنة القصوى Plastic capacity ناتجة عن طاقة لدنة عزيمة حدها الأقصى 20% من قيمة العزم المرن الأقصى  $M_{el}$  أي

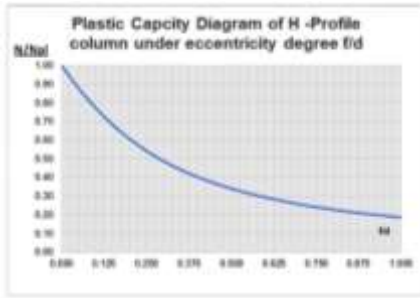
$$\frac{M_{pl}}{M_{el}} \leq 1.2 \quad \dots \text{Eq7}$$

وهو الذي يظهر على المحور الأفقي لمخطط التفاعل (شكل 12).



الشكل (12) مخطط التفاعل ما بين عزوم اللامركزية وقوى الضغط لعمود يحمل المقطع IPE160





الشكل (15) مخطط المقدرة اللدنة للأعمدة المؤلفة من مقاطع بروفيلية H الى ضغط لا مركزي درجته f/d

كما تبين من الدراسات أعلاه فإن المقدرة اللدنة للأعمدة المضغوطة لا مركزيا محدوده بالمقدرة اللاستقرارية، ولذلك يمكن إدخال هذا الأثر عن طريق النحافة  $\lambda$ . بالعودة إلى الشكل 12 نستنتج بسهولة أن سهم اللامركزية المطلق  $f$  يتضخم انطلاقا من  $e$  حسب نسبة الضغط المطبقة  $P$  إلى قوة التحنيب المثالية لأويلر  $P_{ki} = \pi^2 \frac{EI}{L^2}$ ، المتعلقة بشكل أساسي بالنحافة  $\lambda = \frac{L}{\sqrt{A}}$ ، أي:

تضخيم اللامركزية:

$$f = e \cdot \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{ki}(\lambda)}} \dots Eq12$$

و حيث أن :

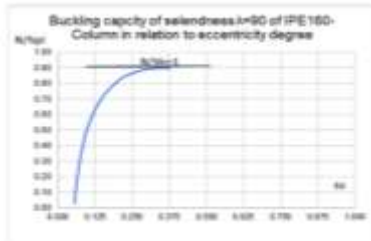
$$P_{ki} = \pi^2 \cdot \frac{EA}{\lambda^2} \dots Eq13$$

يمكن أن نحصل على علاقة ما بين درجة النحافة f/d و

المقدرة اللاستقرارية للعمود المضغوط لا مركزيا:

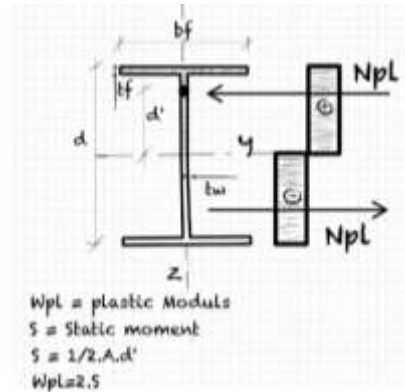
$$\frac{f}{d} = \frac{e}{d} \frac{1}{1 - \frac{P\lambda^2}{\pi^2 EA}} \dots$$

تتعلق المعادلة Eq14 بقياس المقطع البروفيلي ، فمن اجل المقطع IPE160 نستطيع أن نرسم مخططات المقدرة الإستقرارية حسب درجة النحافة ( شكل 16 لأجل الحافة  $\lambda=90$  ، شكل 17 لأجل النحافة  $\lambda=150$  و الشكل 18 لأجل النحافة  $\lambda=180$ ).



الشكل (16) مخطط مقدرة التحنيب ل  $\lambda=90$  لعمود مؤلف من مقطع بروفيلي H بالعلاقة مع درجة اللامركزية

Eq5 نحصل على علاقة ما بين درجة اللامركزية والمقدرة اللدنة القصوى للعمود (شكل 14).



الشكل (14) المواصفات اللدنة للمقطع البروفيلي H

يقع ذراع العزم الستاتيكي لجميع المقاطع البروفيلية في حدود القيمة التقريبية التالية :  $2d' = 0.77 d$  ، وبالتالي يمكن حساب قيمة المقدرة العزمية للمقطع البروفيلي H من العلاقة:

$$M_{pl} = 2S \cdot f_y = A \cdot d' \cdot f_y \dots Eq8$$

وعلى اعتبار أن مقدرة الضغط اللدنة تساوي :

$$N_{pl} = A \cdot f_y$$

$$M_{pl} = 0.77 * 0.5 * 0.5 * A * f_y = 0.1925 N_{pl} \dots Eq9$$

$$p \cdot f = 0.1925 * N_{pl} * [1 - (\frac{N}{N_{pl}})^2]$$

$$\frac{f}{d} = 0.1925 * \frac{N_{pl}}{N} \left[ 1 - \left( \frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \right] \dots Eq10$$

بفرض أن  $\alpha = 0.1925$  هو معامل مقطع والذي يتعلق بشكل أساسي بالعلاقة ما بين  $d$  و  $d'$  ، أي بشكل المقطع ( للمقطع المستطيل  $\alpha = 0.125$  و للبروفيل H  $\alpha = 0.1925$  ). أحد أشكال حل المعادلة Eq10 هو القسم الموجب:

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{1}{\alpha} \frac{f}{d} \right)^2 + 4} - \frac{1}{2} \frac{f}{\alpha d} \dots Eq11$$

من الممكن الآن الحصول على مقدرة الضغط اللدنة القصوى لعمود مضغوط لا مركزيا مؤلف من بروفيل H من المخطط المبني على المعادلة Eq11 (شكل 15).

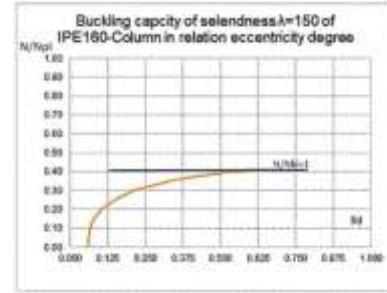
المخططات من الأشكال 16 و 17 و 18، حيث نقاط التقاطع شكل 19 .

### النتائج والتوصيات

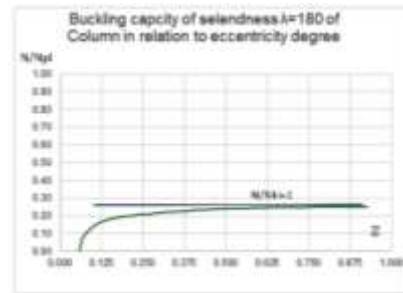
تملك الأعمدة المضغوطة لا مركزيا احتياطي لدنة يمكن استخدامه لحساب مقدرة الضغط. أن استخدام مخططات تفاعل القوى في مسألة الإجهادات مع مخططات السلوك في مسألة الاستقرار يعطى إمكانية لاستنتاج المواصفات المثالية للأعمدة تحت الضغط اللامركزي لإنتاج سلوك لدن. تم في سياق هذه الدراسة تطويع معادلات التفاعل للأعمدة في حالة الضغط اللامركزي لإنتاج مخططات تغطي مجالا واسعا من منطقة عمل لعلاقة المقدرة مع درجة اللامركزية، كما تم استنتاج علاقات للاستقرار ترتبط باللامركزية من خلال ربط درجة اللامركزية مع النحافة. جرى تجريب المخططات المقترحة على عمود يحمل مقطع بروفيلي IPE160، يبين المخطط ان هناك إمكانية للحصول على سلوك لدن من خلال معرفة نقاط تقاطع النحافات مع مخطط تفاعل القوى، وبالتالي الوصول الى تصميم مثالي للعمود تحت الضغط اللامركزي يعطي سلوكا لدنا. إن تحفيز السلوك اللدن في مسائل الضغط الأستقراري هو مسألة حيوية للمنشآت، حيث تمنع الانهيارات المفاجئة وتعطي استجابة جيدة اثناء الحمولات الزلزالية.

من الممكن توسيع هذه الدراسة لتشمل أنواع أخرى من المقاطع البروفيلية، كما يمكن تثبيت النتائج عن طريق التجارب العملية.

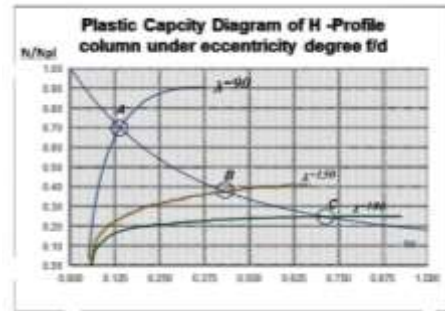
التمويل: هذا البحث ممول من جامعة دمشق وفق رقم التمويل (501100020595).



الشكل (17) مخطط مقدرة التحنيب ل  $\lambda=150$  لعمود مؤلف من مقطع بروفيلي H بالعلاقة مع درجة اللامركزية



الشكل (18) مخطط مقدرة التحنيب ل  $\lambda=150$  لعمود مؤلف من مقطع بروفيلي H بالعلاقة مع درجة اللامركزية



الشكل (19) مخطط حساب المقدرة اللدنة لعمود مؤلف من مقطع بروفيلي IPE160 تحت ضغط لا مركزي

إن مقدرة الضغط اللامركزي لعمود مؤلف من مقطع بروفيلي IPE160 تنتج عن تراكب المخطط في الشكل 15 مع

## References

- [1] M. P. Van, Introductio da Cohaerentiam Corporum Firmorum, Lugduni, 1729.
- [2] L. Euler, "On the strength of columns," *Academy Royal Society Belles Lettres Berlin Memoires*, no. 13, p. 252, 1759.
- [3] F. Bleich, "Buckling Strength of Metal Structures," *Eng. Soc. Monograph McGraw-Hill, New York.*, 1957.
- [4] S. Timoshenko, *History of Strength of Materials*, New York: McGraw-Hill., 1953.
- [5] S. P. a. G. J. M. Timoshenko, *Theory of Elastic Stability*, New York: McGraw-Hill, , 1961.
- [6] D. a. A. B. Brush, *Buckling of Bars, Plates, and Shells.*, McGraw-Hill, New York..
- [7] S. Shrivastava, *Elastic buckling of a column under varying axial force*, vol. Vol. 17, *Engineering Journal-American Institute of Steel Construction*, 1980, pp. 19-21..

- [8] B. Johnston, "Column buckling theory - historic historic," *Journal of Structural Engineering-ASCE*, vol. 109, no. 9, pp. 2086-2096., 1983.
- [9] G. Simitses, *An Introduction to the Elastic Stability of Structures*, Krieger, Malabar, FL, 1986.
- [10] J. Keller, "The shape of the strongest column," *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vols. Vol. 5., no. No.1., pp. 275-285., 1960.
- [11] A. Collow, A. Chand, Y. C. Lu, C-L. Lee and G. MacRae, "Axial moment interaction and load path dependency for steel columns," *American Institute of Steel Construction*, 2005.
- [12] S.I. Evtushenkoa, I.A. Petrovb, M.N. Shutovab, B.A. Chernykhovsky, "Bearing capacity of eccentrically compressed bisteel columns," *Magazine of Civil Engineering*, no. Article No. 10201, 2021.
- [13] E. Ufuah, "Numerical analysis of steel columns subject to eccentric loadings," *Journal of Advances in Science and Engineering (JASE)*, vol. 4, no. 1 – 12, 2021.
- [14] Dubina D.1, Czechowski L.2, Kotelko M.3, Ungureanu V4, "Some aspects of buckling behavior of channel section members under eccentric compression," in *8th International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures*, Lodz University of Technology, Poland, 2021.
- [15] Yating Liang , Ou Zhao , Yue-ling Long b, Leroy Gardner, "Stainless steel channel sections under combined compression and minor axis bending – Part 1: Experimental study and numerical modelling," *Journal of Constructional Steel Research*, Vols. JCSR-05154, 2017.
- [16] Yating Liang , Ou Zhao , Yue-ling Long , Leroy Gardner, "Stainless steel channel sections under combined compression and minor axis bending – Part 2: Parametric studies and design," *Journal of Constructional Steel Research*, Vols. JCSR-05155, 2017.
- [17] E. 3. EN 1993-1-4:2006+A1:2015, *Design of Steel Structures – Part 1.4: General Rules – Supplementary Rules for Stainless Steels, Including Amendment A1 (2015)*, Committee for Standardization (CEN), Brussels, 2015.
- [18] D. G. 2. AISC, *Structural Stainless Steel*, American Institute of Steel Construction, 2013: (AISC).
- [19] Andrew Liew, Leroy Gardner, "Ultimate capacity of structural steel cross-sections under compression, bending and combined loading," *Structures*, vol. Volume 1, pp. 2-11, February 2015.
- [20] Leroy Gardner, Mahmud Ashraf, "Structural design for non-linear metallic materials," *Engineering Structures*, vol. 28, pp. 926-934, 2006.
- [21] Shen, M.-K. a. Thierauf, G., "Elastisch-plastische Biegung mit Normal kraft," *Bauingenieur*, vol. 46, pp. 342-344, 1971.
- [22] M. Marinček, "Die Tragfähigkeit metallischer Druckstabe," *Beer-Sattler-Festschrift (Stahlbau und Baustatik)*, pp. 74-99, 1965.
- [23] Kloppel , K. u. Uhlmann, W., "Die Knickzahlen fuer Druckstabe aus Walzprofilen mit," *Stahlbau*, vol. 40, 1971.
- [24] S. Jerath, *Structural Stability Theory and Practice*, North Dakota: John Wiley & Sons, 2021.
- [25] Shen, M.-K. a. Thierauf, G., "Elastisch-plastische Biegung mit Normal kraft," *Bauingenieur*, vol. 46, 1971.