

## تشكيل السطوح المنحنية من عناصر مفرغة قابلة للتعديل

د. جمال معماري<sup>(1)</sup>

### المُلخَص

إن موضوع تشكيل السطوح المنحنية أو رصفها من عناصر هندسية ليس بجديد، ولكن الدراسات جميعها في هذا المجال تطرقت إلى استخدام عناصر هندسية مستوية أو فراغية، تتألف من نموذج واحد أو عدة نماذج. هذه العناصر المستخدمة كانت عبارة عن بلاطات لها سماكة ثابتة.

الجديد في موضوع الدراسة هو استخدام عناصر هندسية فراغية الشكل لها نموذج واحد وقياس واحد قابل للتعديل أوتوماتيكياً في أثناء رصف العناصر عند تشكيل السطح المنحني.

يتألف العنصر الفراغي، موضوع البحث، من أوجه مستوية هي عبارة عن صفائح صلدة متصلة مع بعضها بعضاً عن طريق مفاصل قابلة للدوران.

وقد صمّم العنصر بحيث يعمل من خلال تعديل قيمة متحول واحد ( $d$ ) على تغيير في قيمة الزاوية المحصورة بين كل عنصرين متجاورين ومن ثم على تغيير في شكل العنصر المستخدم والحصول على مجموعة كبيرة من السطوح المنحنية المموجة.

**الكلمات المفتاحية:** السطوح المنحنية، السطوح المموجة، السطوح القشرية، تشكيل السطوح المنحنية، تقريب السطوح، متحولات السطوح، السطوح الضمنية، النمذجة الهندسية.

<sup>(1)</sup> مدرس، قسم العلوم الأساسية، كلية الهندسة المدنية، جامعة دمشق.

## Adjustable Vicious Elements Farming curved surfaces

Dr. Jamal Memari<sup>(1)</sup>

### Abstract

The issue of forming curved surfaces of geometric elements is not a new subject, but all the previous studies in this area dealt with the use of spatial or plane geometric elements, consisting of one or several models. These elements had fixed thickness.

The new feature in this research is the use of spatial geometric elements with a single model, and a single measure automatically adjustable when paving elements to form a curved surface.

The spatial component is composed of plane objects that are solid plates connected to each other through a free to rotate.

The element has been designed so that hinge the amendment of one parameter ( $d$ ) results in a change of the angle value between each two adjacent elements and thus have a large variety of adjustable curved surfaces.

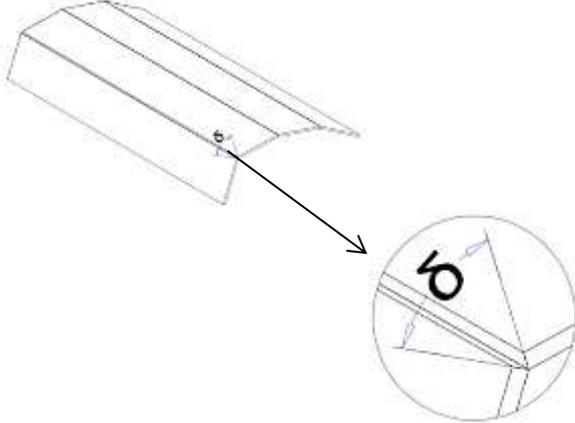
**Key words:** Curved surfaces, Simply corrugated surfaces, Cortical surfaces, Form curved surfaces, Surface approximation, Parametric surfaces, Implicit surfaces, Geometric modeling.

---

<sup>(1)</sup>Assistant Prof., Department of Basic Sciences, Civil Engineering Faculty, Damascus University.

## المقدمة:

في دراسة هذا النوع من السطوح المموجة، ولتحقيق الدقة المطلوبة، يؤخذ بالحسبان أبعاد العناصر المستوية المستخدمة وشكلها والزاوية ( $\delta$ ) بين العناصر المتجاورة (الشكل 3)، وذلك لجعل هذه العناصر المرصوفة بجانب بعضها بعضاً، التي تشكل مجتمعة سطحاً منكسراً، أقرب ما تكون إلى السطح المنحني المموج.



الشكل (3)

هذه الدراسات في تشكيل السطوح المنحنية المموجة اتسمت بالمحدودية، عندما اعتمدت على نوع واحد فقط من العناصر المستوية أو الفراغية [6]. ووصفت بأنها غير اقتصادية، عندما استخدمت أنواعاً ونماذج متعددة من العناصر [7].

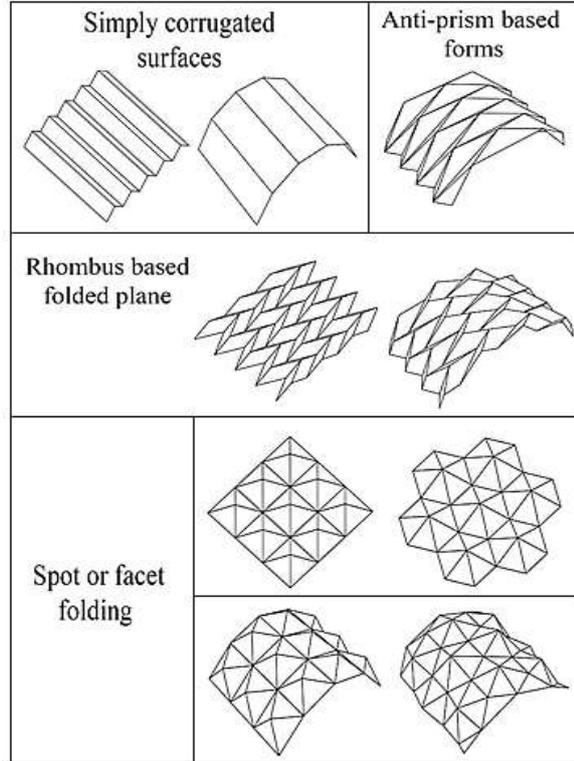
في دراستنا هذه تطرقنا إلى طريقة تشكيل السطوح المنحنية المموجة باستخدام نوع واحد فقط من العناصر الهندسية الفراغية المرصوفة بجانب بعضها بعضاً. الجديد في هذا البحث هو أن هذه العناصر المستخدمة ذات المقطع الهندسي الموحد، قابلة للتعديل أو توماتيكياً في أثناء عملية رصف العناصر على مسار منحني عند تشكيل السطح المنحني.

## مواد البحث وطرائقه

### مقطع العنصر المستخدم:

يبين الشكل (4) مقطع العنصر المستخدم، الذي يتألف من مجموعة من الصفائح المستوية الصلدة ذات السماكة الثابتة، والمتصلة مع بعضها بعضاً عبر الفصول المشتركة، التي هي عبارة عن مستقيمتين أمامية مارة بالرؤوس A, B, C, D, E.

في المجال الهندسي هناك طرائق كثيرة استخدمت في تشكيل السطوح المنحنية (القشريات). من بين هذه الطرائق، توجد طريقة تشكيل السطح المنحني من خلال رصف عناصر ذات سطوح مستوية بجانب بعضها بعضاً<sup>[8]</sup> (الشكل 1).



الشكل (1)

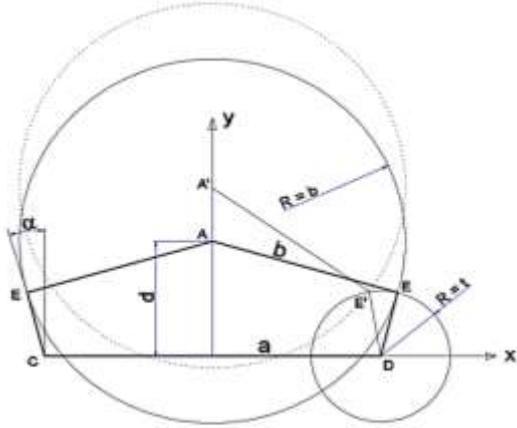
تعدّ السطوح المموجة Simply corrugated surfaces أحد أشكال السطوح الناتجة عن طريقة الرصف هذه (الشكل 2).



الشكل (2)

إن دوران الصفائح الصلدة يعمل على تغيير في قيمة الزاوية ( $\alpha$ ) (الشكل 6)، السبب الذي يؤدي إلى الحصول على سطوح فراغية تمتلك معادلة هندسية مميزة.  
**المتحولات في العنصر المستخدم:**

إن انزلاق الرأس A على محور القطعة CD يعدل في وضعية الأوجه الجانبية (BC,DE) في العناصر المرصوفة (الشكل 6)، ممّا يغير في قيمة الزاوية ( $\alpha$ )، ومن ثمّ يغيّر في قيمة نصف قطر تقوس مسار المنحنى الذي يتحرك عليه العنصر. من هنا نستنتج أن المتحول الرئيسي في مقطع العنصر هو المسافة (d)، مع اعتبار أن أبعاد العنصر (a, b, t) لها قيماً ثابتة.



(الشكل 6)

**العلاقات الرياضية بين المتحولات:**

من الشكل (6) نجد أن النقطة (E) تتحرك على محيط دائرة مركزها (D) ونصف قطرها (t)، وفق المعادلة:

$$(x - a)^2 + y^2 = t^2$$

كما أن النقطة (E) تتحرك على دائرة أخرى مركزها (A)، ونصف قطرها (b)، وفق المعادلة الآتية:

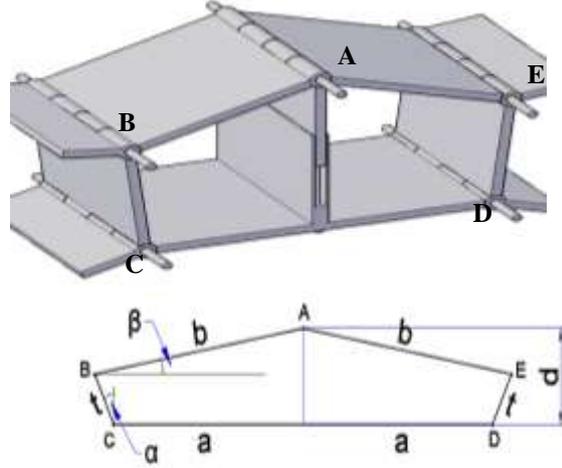
$$x^2 + (y - d)^2 = b^2$$

بحل المعادلتين السابقتين نوجد العلاقة التي تربط بين المتحول (d) والإحداثية (x) للنقطة (E):

$$x = f(d)$$

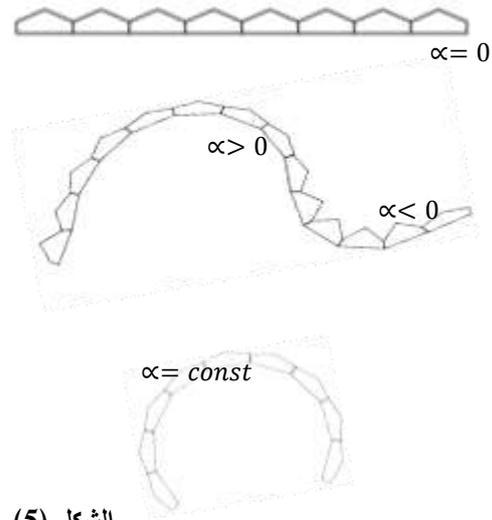
في هذا البحث ركّزنا على الحالات التي تكون فيها القيم ( $x \geq a$ )، أي ( $\alpha \geq 0$ ) التي تعطي سطوحاً

في هذا العنصر يعدّ المستوي الأمامي الحاوي على المستقيم الشاقولي المار من A هو مستوي التناظر له. كما يعدّ الفصل المشترك بين كل صفيحتين متجاورتين محوراً للدوران لهاتين الصفيحتين، شرط أن يبقى الرأس A يتحرك على محور القطعة CD حصراً.



(الشكل 4)

برصف مجموعة عناصر من هذا النموذج بجانب بعضها بعضاً، يسمح بالحصول على سطوح منحنية، عندما يتحرك الرأس A على محور القطعة CD مجبراً الصفائح الصلدة بالدوران حول المفاصل (محاور الدوران). إذ تعدّ الأوجه الجانبية (BC, ED) أوجهاً مشتركة بين العناصر المتجاورة. (الأشكال 5، 6).



(الشكل 5)

$$\delta_{max} = a \tan\left(\frac{\alpha_{max}}{2}\right) = 2 \cdot a \cdot \mu$$

ومن ثم تكون:

$$\alpha_{max} = 2 \cdot \tan^{-1}(2\mu) \quad (3)$$

عندما تأخذ الزاوية ( $\alpha_{min}$ ) القيمة الدنيا لها يصبح

المنحنى مستقيم، ويكون عندها ( $R = \infty$ ).

ومنه نوجد القيمة الدنيا للزاوية ( $\alpha_{min}$ ) من العلاقة

(2) أعلاه، اذ نكتب:

$$\alpha_{min} = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a}{R}\right) \right] \rightarrow \alpha_{min} = 0$$

في حساب القيمة الصغرى للزاوية ( $\alpha$ ) افترضنا أن

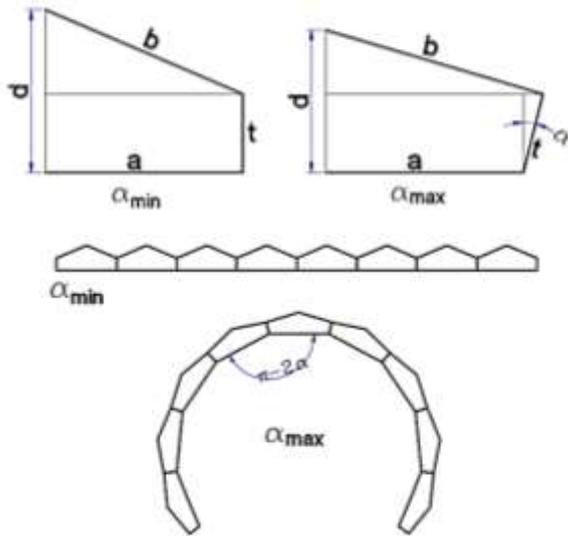
السطوح الناتجة هي سطوح محدبة فقط، أي لا توجد نقاط

انعطاف في مسار المنحنى التي يمكن أخذها بالحسبان،

ودراستها عند التوسع في هذا الموضوع.

وكلما ازدادت قيمة الزاوية ( $\alpha = \alpha_{max}$ ) ازداد

تقوس المنحنى وتناقصت قيمة  $R$  ( $R_{min}$ ). (الشكل 8).



الشكل (8)

مما سبق نستنتج أنه عند استخدام نموذج موحد

للعناصر الذي تكون فيه المتحولات ( $a, t, b$ ) لها قيمة ثابتة،

يتغير نصف قطر المنحنى ( $R$ )، تبعاً لقيمة الزاوية ( $\alpha$ )

المحصورة بين القيمة الدنيا ( $\alpha_{min} = 0$ )، التي تنتج

محدبة فقط. ويمكن التوسع بهذا الموضوع مستقبلاً من

أجل السطوح المقعرة، علماً أن القيمة ( $x = a$ ) تنتج

سطحاً مستوياً، انظر الشكل (8).

### مفهوم دقة التصريف:

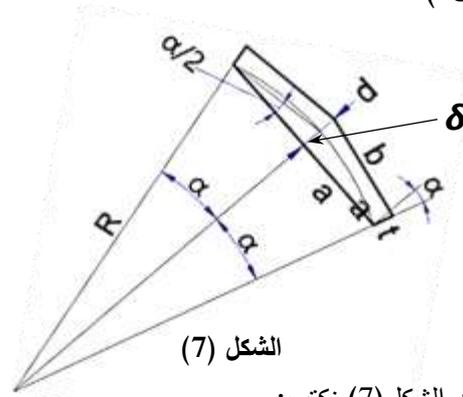
إن عملية استبدال خط منحنى بخط منكسر، بحيث

يكون الخط المنكسر أقرب ما يمكن إلى المنحنى، تخضع

إلى دقة تسمى في مفهوم القشريات بدقة التحويل، أو دقة

التصريف [4]، ويعبر عادة عن هذه الدقة بالقيمة  $\delta$

(الشكل 7).



الشكل (7)

من الشكل (7) نكتب:

$$\delta = a \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (1)$$

$$a = R \sin \alpha \quad (2)$$

ولما كتبنا دقة التصريف [1] تتعلق بنسبة المسافة ( $\delta$ )

على طول الوتر ( $2a$ )، كتبنا:

$$\frac{\delta_{max}}{2a} = \mu$$

في أغلب الدراسات يفضل ألا تتجاوز ( $\mu$ ) القيمة

(0.1)، فهي عادة تأخذ القيمة ( $\mu \leq 0.1$ ) [4].

دور الزاوية ( $\alpha$ ) في شكل السطح الناتج:

من الشكل (7) نجد أنه عند قيمة ثابتة لطول

الوتر ( $2a$ )، تزداد القيمة ( $\delta$ )، كلما نقص طول نصف

قطر تقوس المنحنى ( $R$ ) الذي بدوره يؤدي إلى زيادة قيمة

الزاوية ( $\alpha$ ). ومنه يمكن كتابة المعادلة (1) على الشكل

الآتي:

توضّح العلاقة (2) أن قيمة نصف القطر ( $R$ ) تابعة لقيمة البعد ( $a$ )، أي أنه للحصول على أنصاف أقطار صغيرة لا بدّ من استخدام قيم صغيرة لـ ( $a$ )، إذا كانت الحدود المسموحة للزاوية ( $\alpha$ ) لا تحقق هذا الشرط.

حساب أبعاد العنصر:

البعد (a):

يختار البعد ( $a$ ) الذي يحقق شرط الدقة المطلوبة من عملية رصف العناصر في كل نقطة من نقاط السطح. ويتحقق هذا الأمر باختيار ( $a = R_{min}$ ) إذ ( $R = R_{min}, \alpha = \alpha_{max}$ ).

وبذلك تصبح العلاقة (2) على الشكل الآتي:

$$a = a_{min} = R_{min} \sin \alpha_{max} \quad (5)$$

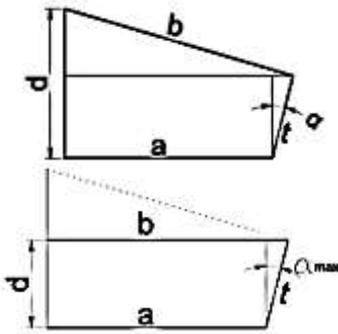
البعد (b):

من الشكل (10) نجد أنه يمكننا اختيار أي قيمة للبعد ( $b$ ) بشرط أن تحقق المترابحة:

$$b \geq a + t \sin \alpha$$

لكن الناحية الاقتصادية تفرض علينا اختيار القيمة الدنيا لـ ( $b$ ) التي يتحقق معها الهدف المطلوب من استخدام العنصر. في هذه الحالة تكون الزاوية ( $\alpha$ ) في قيمتها العظمى، ويكون الطول ( $b$ ) موازياً للطول (a):

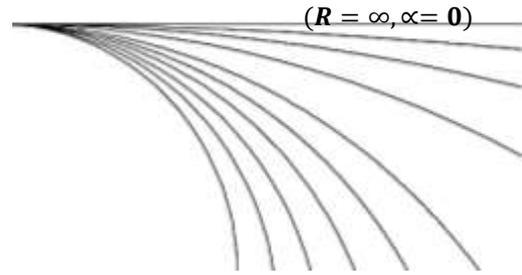
$$b = a + t \sin \alpha_{max} \quad (6)$$



الشكل (10)

سطحاً أفقياً ( $R = \infty$ )، والقيمة العظمى ( $\alpha_{max}$ ) التي تنتج سطح أسطواني نصف قطر التقوس في حده الأدنى ( $R_{min}$ ).

يبين الشكل (9) تغير شكل المنحنى عندما تتغير قيمة الزاوية ( $\alpha$ ) من القيمة الصغرى إلى القيمة العظمى، التي تنتج سطوحاً أسطوانية بأنصاف أقطار مختلفة.



( $R_{min}, \alpha = \alpha_{max}$ )

الشكل (9)

علاقة الزاوية ( $\alpha$ ) بالمتحول (d):

بالعودة إلى العلاقة (1) نجد أنه يمكننا التحكم بشكل المنحنى الناتج من خلال تغيير قيمة المتحول (d). يأخذ المتحول (d) القيمة العظمى له عندما تكون ( $\alpha$ ) في قيمتها الصغرى ( $\alpha_{min} = 0$ )، ويأخذ القيمة الصغرى له عندما تكون ( $\alpha$ ) في قيمتها العظمى ( $\alpha = \alpha_{max}$ ). إذاً المتحول الأساسي هو (d).

استخدام أنصاف أقطار تقوس مختلفة:

في حال استخدامنا في أثناء عملية رصف العناصر، قيماً مختلفة للزاوية ( $\alpha$ )، فإننا نحصل على سطح منحنى له نصف قطر تقوس مختلف في كل نقطة من نقاطه.

يحسب نصف قطر التقوس ( $R$ ) لمنحنى من العلاقة الشهيرة الآتية [2],[5]:

$$\frac{1}{R_i} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} \quad (4)$$

أمّا نصف قطر المنحنى الناتج عن رصف العناصر فيحسب بدلالة الزاوية ( $\alpha$ ) من العلاقة (2) أعلاه:

$$R = (a / \sin \alpha)$$

1- من معادلة مسار منحنى السطح  $y = f(x)$  ،  
بحسب نصف قطر القوس الأصغري ( $R_{min}$ ) من  
العلاقة (4). الذي يكون عادة في منطقة ذروة المنحنى  
(الشكل 11).

ومنه يمكن حساب الزاوية ( $\alpha_{max}$ ) من العلاقة (3)  
والطول ( $a$ ) من العلاقة (5).

2- لإيجاد أبعاد العنصر المستخدم يمكننا حساب الطول  
( $t$ ) من العلاقة:  $t = \varepsilon \cdot a$  ، علماً أن القيمة ( $\varepsilon$ )  
تتعلق بسماكة الصفائح المستخدمة ونوع المادة  
المصنعة منها.

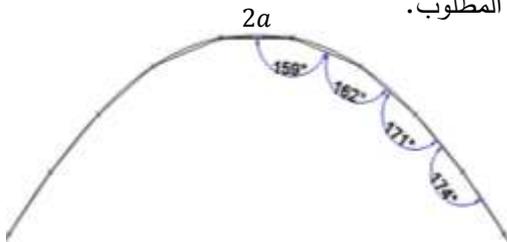
3- بحسب الطول ( $b$ ) الاقتصادي من العلاقة:

$$b = a + t \sin \alpha_{max}$$

4- نبدأ بتقسيم المنحنى إلى قطع مستقيمة، طول القطعة  
الواحدة ( $2a$ )، إذ يمكننا إجراء هذه العملية رياضياً  
باستخدام العلاقة الرياضية (8). أو وصفاً عن طريق  
الرسم في برنامج أوتوكاد. مع الأخذ بالحسبان نقطة  
بداية التقسيم التي تجعل الخط المنكسر أقرب ما يمكن  
إلى الخط المنحنى [4].

$$2a = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 - (x_2 - x_1)^2} \quad (8)$$

5- تحسب الزاوية ( $\alpha$ ) لكل وتر باستخدام العلاقات  
الرياضية، أو بقياس الزاوية بين كل وترين متجاورين  
عن طريق برنامج أوتوكاد، التي تساوي ( $\pi - 2\alpha$ )  
ومنه تحدّد الزاوية ( $\alpha$ ) لكل عنصر. وعندها يمكن  
حساب القيمة ( $d$ ) له. بالنتيجة نحصل على السطح  
المطلوب.



الشكل (11)

البعد ( $t$ ) :

الطول ( $t$ ) يمثل الوجه المشترك بين العناصر  
المتجاورة، الذي بدورانه حول المفصل  $D$  يغير من مسار  
رصف العناصر ومن ثم يغيّر في معادلة مسار المنحنى.

إن قيمة الطول ( $t$ ) لا تؤثر من الناحية الرياضية أو  
الهندسية في معادلة المنحنى الناتج، لكن الناحية  
الاقتصادية تستدعي أن تكون قيمة هذا الطول أصغرية،  
وهذا الأمر يتعلق بالناحي التصنيعية التي يجب أن تكون  
فيها العلاقة بين قيمة الطول ( $t$ ) والطول ( $a$ ) علاقة  
طردية لكي يحافظ العنصر على متانته، وبذلك يمكننا عدّ  
أن: ( $t = \varepsilon \cdot a$ )، إذ ( $\varepsilon$ ) قيمة ثابتة ترتبط بالناحي  
الصناعية والخواص الفيزيائية للصفائح التي تصنع منها  
العناصر.

حساب المتحول  $d$ :

من الشكل (10) العلوي، نكتب:

$$d = t \cos \alpha + \sqrt{b^2 - (a + t \sin \alpha)^2}$$

بالتعويض تصبح العلاقة على الشكل الآتي:

$$d = a(\varepsilon \cdot \cos \alpha + \dots) \quad (7)$$

$$\sqrt{(1 + \varepsilon \cdot \sin \alpha_{max})^2 - (1 + \varepsilon \cdot \sin \alpha)^2}$$

أي أنّ القيمة ( $d$ ) هي تابع للمتحوّل ( $\alpha$ ) في حال  
أخذت بقيّة المتحوّلات ( $\varepsilon, a, \alpha_{max}$ ) قيماً ثابتة.

$$d = f(\alpha)$$

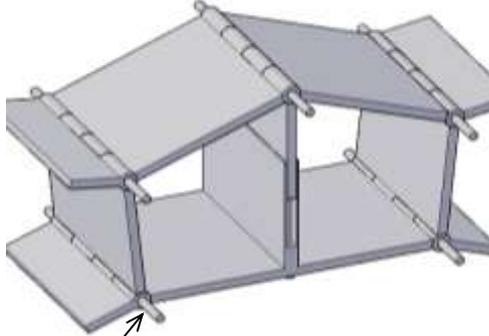
هذا يعني أنه يمكنك معرفة قيمة ( $d$ ) المطلوبة لكل  
عنصر بدلالة زاوية ميلان الأوجه الجانبية فيه ( $\alpha$ )، الذي  
يمكن الحصول عليها بدلالة نصف قطر قوس المنحنى  
( $R$ ) من العلاقة (2).

خطوات تشكيل سطح منحنى:

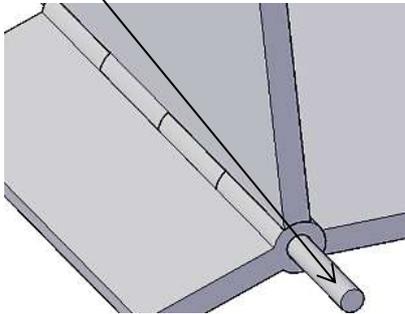
لتشكيل سطح منحنى (معادلة دليله  $y = f(x)$ ) من  
عناصر هندسية وفق الدراسة الموضحة أعلاه، نتبع  
الخطوات الآتية:

الاختصاص الدقيق للباحث. ومع ذلك يمكن التطرق بشكل مختصر إلى المواد التي يمكن منها تصنيع العنصر. يمكن استخدام البلاستيك أو المعدن في تصنيع الصفائح المشكلة للعنصر، كما يمكن الخلط بينهما، أما سماكة الصفائح فهي تختلف حسب أبعاد العنصر من جهة، وحسب القوى الخارجية التي يخضع لها العنصر من جهة ثانية، وهذا الأمر مرتبط بالمكان الذي يستخدم فيه والهدف من استخدامه إن كان سيدخل في تشكيل سقف، أو جدار، أو في تغطية سطح معين...الخ. أما محاور الربط بين العناصر ولوالب التعديل فيفضل أن تصنع من مواد معدنية.

يوضح الشكل (13) طريقة وصل الصفائح مع بعضها بعضاً عن طريق محاور الدوران، ويوضح الشكل (14) كيفية التحكم بالمتحول (d) عن طريق اللولب.



محور الدوران



الشكل (13)

### تطبيق:

يمثل الشكل (12) السطح المنحني الناتج من رصف العناصر على مسار قطع مكافئ معادلته:

$$y = \frac{x^2}{100}$$

الناتج في الجدول أدناه توضح قيمة (d) بدلالة الزاوية ( $\alpha$ ) لكل عنصر من عناصر الرصف.

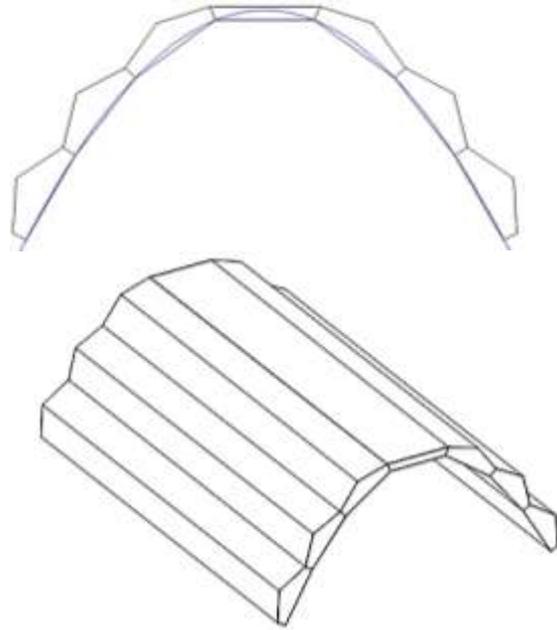
تم اختيار: ( $\mu = 0.1, \epsilon = 0.3$ ). ومنه نجد:

$$\alpha_{max} = 0.411, 2a = 40, t = 6, b = 21.56$$

القيم لأربعة عناصر متتالية يوضحها الجدول أدناه، علماً أن الزاوية ( $\alpha$ ) معطاة بالراديان:

العنصر	1	2	3	4
R	50	95.74	219.5	438.1
$\alpha$	0.411	0.209	0.087	0.042
d	5.5	13	15	15.55

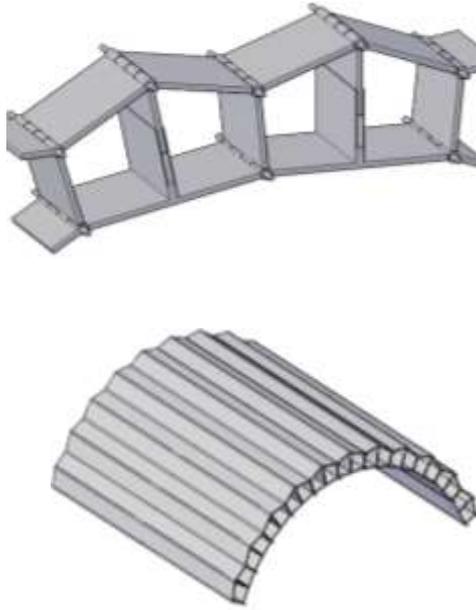
يوضح الشكل (12) جزءاً من هذا السطح.



الشكل (12)

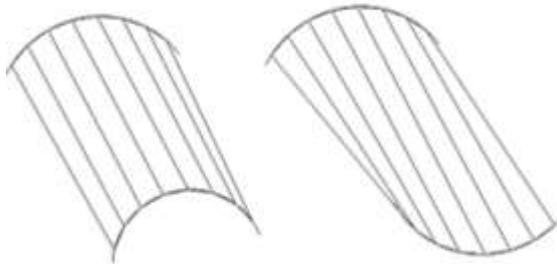
### مواد التصنيع والتفاصيل الإنشائية:

يجري التركيز في هذا البحث على المفهوم الوصفي للعناصر، أي على الهندسة الوصفية والرسم الهندسي، وهو



الشكل (14)

يوضح الشكل (15) شكل السطوح المنحنية التي يمكن الحصول عليها باختبار قيم مختلفة للمتحول (d) في بداية العنصر عن نهايته. تمثل المستطيلات المرصوفة في الشكل السفلي CD في هذه العناصر.

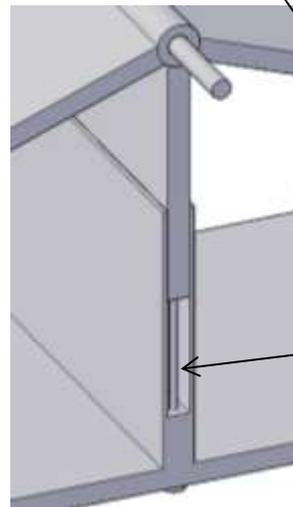
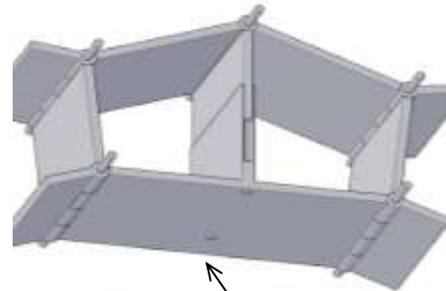


الشكل (15)

### إمكانية تشكيل سطوح منحنية في اتجاهين:

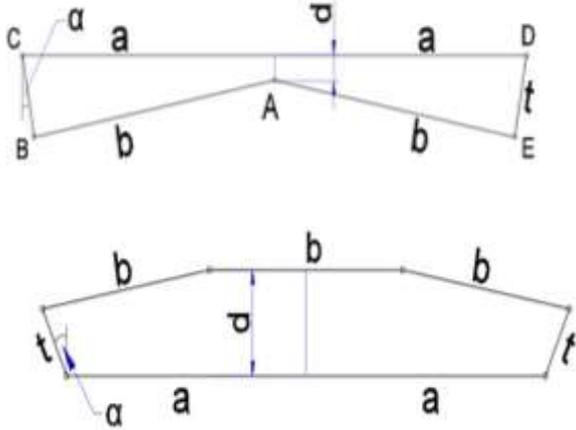
في هذا النوع من الرصف من الصعوبة تشكيل سطوح منحنية باتجاهين، إلا إذا قمنا باختيار قيمة للمتحول (d) في بداية العنصر، مختلفة عن قيمتها في نهاية العنصر وبذلك تختلف قيمة نصف القطر (R) في بداية العنصر عن نهايته. ولكن هذه العملية تؤدي إلى حدوث قتل في العنصر. وكلما ازداد الفرق في قيمة (d) ازدادت معها زاوية القتل مما يؤدي إلى انكسار أو تشوه في العناصر المرصوفة.

لذلك يمكن القول أنه يمكن تشكيل سطوح منحنية باتجاهين ضمن حدود معينة بحيث يكون الفارق صغيراً في قيمة المتحول (d). وهذا الأمر يحتاج إلى دراسة إنشائية لتحديد قيمة الانحناء المسموح بها التي تتطلب استخدام عناصر مشكلة من صفائح مرنة، الأمر الذي يمكن التوسع فيه مستقبلاً.



لولب التحكم  
بالمتحول d

## النتائج والمناقشة:



الشكل (16)

- 7- يمكن استخدام هذا النوع من السطوح في سقوف المعامل والهنكارات أو الملاعب. كما يمكن استخدامها كجدران فاصلة بين الفراغات.
- 8- نظراً الى أن العناصر المشكلة لهذه السطوح فراغية الشكل وملتصقة بجانب بعضها بعضاً فهي تتميز بعازلية جيدة للصوت والحرارة.

من خلال هذه الدراسة نستنتج ما يأتي:

- 1- يمكننا تشكيل سطوح مموجة من عناصر هندسية فراغية موصولة مع بعضها بعضاً، ولها نموذج واحد متكرر قابل للتعديل أوتوماتيكياً.
  - 2- الجديد في هذا البحث هو استخدام عناصر ذات قياسات موحدة وثابتة، وفي الوقت نفسه قابلة للتعديل.
  - 3- يمكن تعديل شكل السطح في أي وقت نرغب فيه دون الحاجة إلى إزالته من مكانه، ويكون ذلك عن طريق لولب مثبتة بكل عنصر تسمح بتغيير قيمة المتحول ( $d$ ) ومن ثم الحصول على نماذج مختلفة من السطوح المموجة.
  - 4- يمكن تشكيل سطوح منحنية بالاتجاهين باستخدام هذا النوع من العناصر، لكن ضمن شروط محددة.
  - 5- في مجال تطوير الدراسة في المستقبل يمكن الأخذ بالحسابان القيم السالبة للزاوية ( $\alpha$ ) التي تعطي نقاط انعطاف في مسار السطح المنحني، وبالتالي الحصول على سطوح مقعرة فضلاً عن السطوح المحدبة التي تم التطرق إليها في هذا البحث.
  - 6- يمكن اقتراح نماذج أخرى للعنصر المستخدم مع المحافظة على الخواص الميكانيكية، التي في النهاية تعمل على تشكيل هذا النوع من السطوح.
- انظر النماذج المقترحة على الشكل (16).

## REFERENCES

- [1] Curvature-Based Regularization for Surface Approximation Carl Olsson Centre for Mathematical Sciences Lund University, Sweden [calle@maths.lth.se](mailto:calle@maths.lth.se) Yuri Boykov Department of Computer Science University of Western Ontario, Canada
- [2] Gray, A. "Surfaces of Revolution." Ch. 20 in *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*, 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC Press, pp. 457-480, 1997.
- [3] Hilbert, D. and Cohn-Vossen, S. "The Cylinder, the Cone, the Conic Sections, and Their Surfaces of Revolution." §2 in *Geometry and the Imagination*. New York: Chelsea, pp. 7-11, 1999.
- [4] J. Braz. Comp. Journal of the Brazilian Computer Society On-line version ISSN 1678-4804 Soc. Vol. 3 no. 3 Campinas Apr. 1997  
<http://dx.doi.org/10.1590/S0104-65001997000100003>  
A Methodology for Piecewise Linear Approximation of Surfaces
- [5] Kaplan, W. *Advanced Calculus*, 3rd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1992. Kreyszig, E. *Differential Geometry*. New York: Dover, p. 131, 1991.
- [6] Грабко С.М. об одном виде конструирования и аппроксимации поверхностей – 1973- 127 с.
- [7] [http://gravity.blogspot.com/2012\\_09\\_01\\_archive.html](http://gravity.blogspot.com/2012_09_01_archive.html)
- [8] <http://ibois.epfl.ch/page-115322-en.html>
- [9] <https://hal-enpc.archives-ouvertes.fr/hal-01266686/document>

Received	2016/04/28	إيداع البحث
Accepted for Publ.	2016/10/27	قبول البحث للنشر