

## استخدام معياري أكايكي وشوارز في المفاضلة بين دوال البقاء للتوزيعات الاحتمالية المستمرة لأعمار السكان في سوريا

أ.د. هلا محمد نتيفه<sup>1</sup>، عبد الهادي ممدوح الرفاعي<sup>2</sup>، يسيرة حسن دريباتي<sup>3</sup>

1- طالبة دكتوراه في قسم الإحصاء والبرمجة، كلية الاقتصاد، جامعة تشرين

[hala.ntefeh@tishreen.edu.sy](mailto:hala.ntefeh@tishreen.edu.sy)

2-أستاذ في قسم الإحصاء والبرمجة- كلية الاقتصاد - جامعة تشرين

[abdul-hadi.al-rifai@tishreen.edu.sy](mailto:abdul-hadi.al-rifai@tishreen.edu.sy)

3-أستاذ مساعد في قسم الإحصاء والبرمجة، كلية الاقتصاد، جامعة تشرين

[yessira.draibati@tishreen.edu.sy](mailto:yessira.draibati@tishreen.edu.sy)

### الملخص

يقدم هذا البحث محاولة تطبيق دوال البقاء (Survival Functions) للتوزيع اللوجستي (Logistic Log Distribution) والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (Normal log Distribution) وتوزيع جومبيرتز (Gompertz Distribution) على أعمار السكان السوريين الباقين على قيد الحياة من الذكور والإثاث من عمر أقل من عام حتى عمر مئة عام فأكثر حيث تم تقدير احتمالات البقاء باستخدام طريقة المربيات الصغرى اللاخطية لسكان سوريا وبمساعدة برنامج (R 4.2.2)، تم حساب احتمالات البقاء الفعلية باستخدام قانون (Knapp) وجدول معاملات سبراغ (Sprague coefficient Table) لتقدير فئات السن الخامسة إلى فئات سن أحادية، خلال أعوام المراقبة 2008 و 2009 و 2010، واعتبار عام 2009 عام، ولمعرفة ملائمة التوزيعات الاحتمالية لاحتمالات البقاء المقدرة تم تطبيق اختبار كولموغوروف-سميرنوف (Kolmogorov-Smirnov Test)، كما تمت المقارنة بين التوزيعات باستخدام معيار معلومات أكايكي (Akaike Information Criterions) ومعيار معلومات شوارز (Schwarz Information Criterions)، وجاءت النتائج بأفضلية توزيع جومبيرتز في تقدير احتمالات البقاء لقربها من احتمالات البقاء الفعلية، حيث أعطى توزيع جومبيرتز أقل قيمة لمعياري المعلومات لأكايكي وشوارز مقارنة بباقي التوزيعات المدروسة.

تاريخ الابداع: 2023/6/26

تاريخ النشر: 2023/9/19



حقوق النشر: جامعة دمشق

- سوريا، يحفظ المؤلفون

حقوق النشر بموجب

CC BY-NC-SA

**الكلمات المفتاحية:** دوال البقاء، التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي، التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي، توزيع جومبيرتز، جدول معاملات سبراغ، اختبار كولموجروف سميرنوف، معيار معلومات أكايكي، معيار معلومات شوارز.

# Using Akaike and Schwarz Criterions in Comparison between Survival Functions of Continuous Probability Distribution for population Age in Syria

Hala Mohammed Ntefeh<sup>1</sup>, Abdulhadi Mamdouh AL Rifai<sup>2</sup>

Yessira Hasan Draibati<sup>3</sup>

1. PhD Students in Statistics and Programming Department, Faculty of Economics, Tishreen University,

[hala.ntefeh@tishreen.edu.sy](mailto:hala.ntefeh@tishreen.edu.sy)

2. Professor in Statistics and Programming Department, Faculty of Economics, Tishreen university,

[abdul-hadi.al-rifai@tishreen.edu.sy](mailto:abdul-hadi.al-rifai@tishreen.edu.sy)

3. Assistant Professor in Statistics and Programming Department, Faculty of Economics, Tishreen university.

[yessira.draibati@tishreen.edu.sy](mailto:yessira.draibati@tishreen.edu.sy)

## Abstract

this research is present an attempt to apply Survival functions of Logistic Log Distribution ,Normal Log Distribution and Gompertz Distribution on surviving Syrian population ages for males and females, from less than one year to more than one hundred year, An estimate for survival probabilities was done by using (Non-linear LS Method) and helping( R.4.4.2) program, the real survival probabilities was calculated by using (Knapp Zeuner) method after using(Sprague coefficients table) to breakup five categories into one-age categories, during the observational years 2008.2009,2010,considering 2009 as the base year, to find out the fit of probability distributions to estimated survival probabilities (Colmogorov-smirnov)Test was applied, The results came with appropriateness Gompertz distribution to estimated survival probabilities due to its fit to the real survival probabilities and its least value of Akaike and Schwartz information Criterions comparing with other distributions.

**Keywords:** Survival Functions, Logistic Log Distribution, Normal Log Distribution, Gompertz Distribution, Sprague coefficients Table, Knapp Zeuner method, Colmogorov-smirnov Test, Akaike information Criterion, Schwartz information Criterion.

Received: 26/6/2023

Accepted: 19/9/2023



**Copyright:** Damascus University-Syria

The authors retain the copyright under a

CC BY- NC-SA

## 1- مقدمة (Introduction)

يستخدم معيار المعلومات لأكايكي (AIC) و معيار المعلومات لشوارز (SIC) بكثرة في مقارنة النماذج الإحصائية والاقتصادية القياسية (Aho&others,2014)، ويعتبر كل منهما أداة تعكس الجودة النسبية للنماذج الإحصائية لمجموعة من البيانات، فعند استخدام نموذج إحصائي لتمثيل العملية التي أنتجت البيانات، ستُفقد بعض المعلومات باستخدام هذا النموذج أو التوزيع، وتمثل هذه المعلومات المفقودة بواقي النموذج المقدر، فيقوم كل من المعيارين بإيجاد المقدار النسبي من المعلومات المفقودة باستخدام مجموع مربعات بواقي النموذج وقسمتها على حجم العينة المدروسة، وكلما قلت هذه المعلومات المفقودة زادت جودة النموذج، لذلك ستقدم الدراسة الحالية تقدير دوال البقاء لكل من التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتز، باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية وتحويلهم إلى نماذج بقاء خطية، وتقدير معلمات كل دالة من دوال البقاء، بهدف الحصول على احتمالات البقاء المقدرة، ثم مقارنة احتمالات البقاء المقدرة عن طريق دوال البقاء للتوزيعات المذكورة بتطبيق معياري المعلومات لأكايكي وشوارز، لاختيار التوزيع الأفضل في التقدير والأقرب إلى احتمالات البقاء الفعلية، والتوزيع الاحتمالي الذي يعطي أقل قيمة لهذين المعيارين هو التوزيع الاحتمالي الأفضل في تقدير احتمالات بقاء ذات دقة تنبؤية وكفاءة أفضل حسب معيار أكايكي وكذلك ذات اتساق أفضل حسب معيار شوارز.

## 2- مشكلة البحث (Research problem)

تجسد مشكلة البحث في اختيار التوزيع الاحتمالي الأفضل في تقدير احتمالات البقاء بين التوزيعات الاحتمالية المدروسة، ولا سيما أن جميع التوزيعات الاحتمالية المدروسة تعطي ملائمة لاحتمالات البقاء المقدرة عبر دوال البقاء للتوزيعات كما ستوضح نتائج اختبار كولموجروف سميرنوف عند التطبيق حيث يعكس هذا الاختبار مدى ملائمة التوزيع للاحتمال المقدر ولا يعكس خاصيتي الكفاءة والاتساق، لذلك وجبت الحاجة إلى اعتماد معايير المفاضلة بين احتمالات البقاء المقدرة عن طريق التوزيعات الاحتمالية لاختيار احتمال البقاء المقدر الأكثر كفاءة ودقة تنبؤية بين احتمالات البقاء المقدرة المقبولة، وكذلك احتمال البقاء المقدر الأكثر اتساقاً بين احتمالات البقاء المقدرة المقبولة، ويعكس كل من معياري أكايكي وشوارز خاصيتي الكفاءة والاتساق أو الثبات على الترتيب

## 3- أهداف البحث (Research objectives& importance)

يهدف البحث إلى تطبيق معياري المعلومات لأكايكي (AIC) وشوارز (SIC) في المفاضلة بين احتمالات البقاء المقدرة لأعمار السكان في سوريا عبر دوال البقاء للتوزيعات الاحتمالية المدروسة، وهي التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتز، لاختيار التوزيع الاحتمالي الأكثر كفاءة واتساق في تقدير احتمالات البقاء، والأكثر قرباً من احتمالات البقاء الفعلية في سوريا.

## 4- أهمية البحث (Research importance)

تبين أهمية استخدام معياري المعلومات لأكايكي وشوارز في إعطاء طريقة علمية رياضية تعتمد على متوسط بواقي النماذج وحجم العينة في الوصول إلى احتمالات بقاء مقدرة لسكان أي بلد مدروس، وتكون ذات دقة تنبؤية واتساق وبنفس الوقت قريبة جداً من الاحتمالات الفعلية للبلد المدروس، ولا يخفى على أحد أهمية تقدير احتمالات البقاء في مجال حسابات التأمين وتقدير متوسط العمر المتوقع وبناء جداول الحياة للبلد المدروس.

## 5- مكان وزمان البحث (Time & Place of Research)

تم تطبيق دوال البقاء الاحتمالية المدروسة على بيانات أعمار السكان من الذكور والإإناث في الجمهورية العربية السورية لأعمار السكان الأقل من عام حتى عمر 100 عام فأكثر، وتمت المقارنة مع البيانات الفعلية لاحتمالات البقاء للسكان والتي تم حسابها بأخذ عام 2009 عام الأساس وبمراقبة السنوات 2008-2009-2010

## 6- منهجية البحث ومتغيراته (Research Methodology & its variables)

اعتمد البحث المنهج الوصفي التحليلي في توصيف دوال البقاء للتوزيع اللوغاريتمي والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتز، وتقدير معالمها باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية، وذلك لتقدير احتمالات البقاء لسكان سورية من العمر أقل من عام واحد حتى العمر أكثر من 100 عام، بالاعتماد على عام 2009 كعام أساس للفترة ما قبل الأزمة السورية، ثم مقارنتها مع القيم الفعلية لاحتمالات البقاء، وهي غير متوفرة بشكل جاهز وإنما تم حسابها بتطبيق قانون Knapp-Zeuner، حيث تمأخذ البيانات الأساسية من قاعدة البيانات المفتوحة التي أتاحها البنك الدولي للمعلومات (السكانية لسكان سورية) (<https://data.albankaldawli.org>) والأهرامات (SIC) لاختيار التوزيع الاحتمالي الأمثل في تقدير احتمالات البقاء. تمت الحسابات بمساعدة برنامج R4.2.2. أما متغيرات البحث فكانت على الشكل التالي:

- 1- المتغيرات التابعة للبحث: احتمال البقاء لكل توزيع احتمالي مدروس
- 2- المتغيرات المستقلة للبحث: السن ويمثل العمر الذي يبلغه الفرد عند آخر عيد ميلاد له.

## 7- فرضيات البحث (Research hypotheses): يقوم البحث على فرضيات العدم الآتية:

- لا يوجد فرق بين التوزيع اللوغاريتمي والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي من حيث تباين البوافي ومعياري المعلومات لأكايكي وشوارز.
- لا يوجد فرق بين التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتز من حيث تباين البوافي ومعياري المعلومات لأكايكي وشوارز
- لا يوجد فرق بين التوزيع اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتز من حيث تباين البوافي ومعياري المعلومات لأكايكي وشوارز

## 8- الدراسات السابقة (Literature review)

تناولت عدة دراسات استخدام معايير أكايكي وشوارز للمفاضلة بين التوزيعات الاحتمالية كما تناولت بعض الدراسات استخدام التوزيعات الاحتمالية في تقدير النماذج ولكن لم تتناول أي دراسة من الدراسات التي سيتم استعراضها تقدير نماذج البقاء باستخدام التوزيعات الاحتمالية، فنرى دراسة "A Comparison of Akaike, Schwarz and R Square Criteria for Model Selection Using Some Fertility Models" (Gayawan, 2009) بعنوان: أو مفاضلة معايير أكايكي وشوارز ومعامل التحديد لبعض نماذج الخصوبة المختارة، حيث أجريت هذه الدراسة في نيجيريا، وهدفت إلى مقارنة الأداء النسبي لمعيار أكايكي ومعيار شوارز ومعيار معامل التحديد، من خلال ملائمة بعض نماذج الخصوبة المعدة للدراسة والمقارنة للوصول إلى نمط نماذج معدل الخصوبة العمرية في سن الإنجاب من الدول الأفريقية

والأوروبية، ثم تطبيق المعايير الثلاثة لاختيار النماذج الأكثر ملائمة، وهذه النماذج هي نموذج هادويجر بثلاث معالم، نموذج جاما بأربع معالم، نموذج بيتا بخمس معالم، ونموذج (2) بست معالم، أخذت الدراسة بأدبيات علماء الديموغرافيا التي تعتبر النموذج الذي يحتوى على أقل قيمة لمجموع مربعات الباقي بين بيانات الخصوبة التجريبية والمقدرة هو الأفضل، مع تعديله بواسطة عامل حجم العينة وعامل عدد المعلمات، تم التقدير لمعلمات النماذج باستخدام طريقة المربيعات الصغرى الموزونة، كما تم حساب متوسط الخطأ المطلق للنماذج المتنافسة، واستنتجت الدراسة فعالية كل من معياري أكايكي وشوارز في اختيار نفس النماذج في سلسلة البيانات الأفريقية، وكانت لصالح نموذج هادويجر ذي الثلاث معالم على خلاف معامل التحديد الذي اختار نموذج بيتا ذي الخمس معالم، كان هناك اختلاف بين معيار أكايكي ومعيار معامل التحديد ومعيار شوارز، حيث اختار المعياريين الأوليين نموذج (2) بست معالم في أكثر من نصف الدول الأوروبية المدروسة، واختار معيار أكايكي ومعيار شوارز نموذج بيتا ذي الخمس معالم في المتبقى من الدول الأوروبية ، في الحقيقة تشابهت منهجية الدراسة السابقة مع منهجية البحث القائم ولكن اختلفت عنها بنوع التوزيعات الاحتمالية المطبقة لتقدير نماذج البقاء واختيار أمثلها، وتناولت أيضاً دراسة (Song,Kwon,2014) بعنوان: "Assessing Goodness-of-fit of Weibull Distributions for Wind Resource Prediction" وايبل للتنبؤ بموارد الرياح والتي أجريت هذه الدراسة في كوريا التنبؤ بسرعة الرياح، باستخدام توزيعات وايبل المتعددة بمعلمة واحدة ثم بمعلمتين وثلاث معالم وتوزيع وايبل المختلط واستخدمت اختبار كاي مربع واختبار كولموجروف- سميرنوف للتأكد من ملائمة توزيعات وايبل لبيانات الرياح، كما فاضلت الدراسة بين توزيعات وايبل المدروسة لاختيار أفضلها باستخدام معياري المعلومات لأكايكي وشوارز، واستنتجت الدراسة أفضليّة توزيع وايبل ذي الثلاث معالم لمنطقة بيانات الرياح الاعتيادية، بينما أعطى توزيع وايبل المختلط ذي الخمس معالم أكثر ملائمة لبيانات الرياح غير الاعتيادية والتي يظهر المنحني البياني لها قمتين بدل قمة واحدة، فتشابهت هذه الدراسة مع دراستنا أيضاً بأدوات المفاضلة بنوع التوزيعات الاحتمالية المستخدمة في تقدير نماذج البقاء واختلفت بنوع التوزيعات الاحتمالية المستخدمة، واختلفت أيضاً دراسة (حموي،2018) عن دراستنا أيضاً بنوع النماذج المستخدمة باستثناء توزيع جومبيرتز وأخذ متمم دالة البقاء في اختيار النموذج والتي كانت بعنوان " استخدام معياري المعلومات لأكايكي (AIC) وشوارز (SIC) في المفاضلة بين نماذج النمو غير الخطية للأنواع السمكية المختلفة" والتي أجريت في سوريا، وهدفت الى تطبيق معياري المعلومات لأكايكي (AIC) وشوارز (SIC) في مجال نمذجة النمو غير الخطى للأسماك، وكيفيةأخذ عدم الموثوقية بعين الاعتبار في اختيار النموذج عند تقدير معاملات النمو، واستخدمت الدراسة نموذج نمو بيرتلانفي ونموذج النمو الأسوي ونموذج النمو اللوجستي ونموذج نمو جومبيرتز على بيانات العلاقة بين الطول وال عمر للأنواع السمكية، واستنتجت الدراسة أن نموذج بيرتلانفي ونموذج نمو الأسوي لنمو الأسماك هما الأقرب لوصف نمو هذا النوع السمكي حسب المعياريين المذكورين، لأنهما أعطيا أقل قيمة لمعياري أكايكي وشوارز بالمقارنة مع باقي قيم النماذج الأخرى، وتشابهت دراسة (حسن وآخرون،2022) مع دراستنا الحالية باستخدام معيار أكايكي واختلفت بنوع النماذج والتي كانت بعنوان: "استخدام نموذج التحليل الطيفي للتنبؤ بالتطبيق على بيانات الحمية المنتجة من الأقمشة لشركة سور بمصنع النسيج بمدينة شندي " والتي أجريت في السودان، وهدفت إلى بناء نماذج إحصائية تساعد المصانع والشركات في تحليل المنتجات والتنبؤ بها، عبر تحديد أفضل وأكفاء نموذج طيفي من ناحية الدقة التنبؤية باستخدام معيار المعلومات لأكايكي، وقد استخدمت المنهج الوصفي والتحليلي لوصف وتقدير نموذج إحصائي مناسب، وكانت أهم النتائج اختيار نموذج (2,1,1) ARIMA والذي أعطى نتائج أقرب إلى البيانات الحقيقة.

مما سبق يمكن القول بأن الدراسة الحالية تختلف عن غالبية الدراسات بالمتغير العشوائي المستمر الذي تمتناوله في الدراسة وبحدود البحث المكانية والزمانية ومجتمع البحث إضافة إلى ماتم عرضه من تشابه واختلاف حول أنواع التوزيعات الاحتمالية المستمرة المستخدمة

### 9- الإطار النظري لدال البقاء على قيد الحياة للتوزيعات الاحتمالية:

تدعى دالة البقاء بدالة المؤوثقة وهو مصطلح احصائي يشير الى الوثوق بشيء (الباقر، 2017)، ويستخدم لتحليل المتغيرات العشوائية ذات القيم الموجبة التي تمثل الوقت حتى حدوث الوفاة، بمعنى بقاء الشخص على قيد الحياة خلال فترة زمنية محددة  $[0, t]$  وحتى اللحظة الزمنية  $t$  واحتمال حدوث الوفاة بعد  $t$ ، ويرمز لها عامة بالرمز  $R(t)$  وبالرمز  $(t)$  عندما يتعلق الأمر بالدراسات السكانية، ويجب توضيح أن الرمز  $T$  يدل على متغير زمن البقاء بينما المتغير  $t$  يدل على القيم التي يأخذها متغير البقاء، يمكننا التعبير عن دالة البقاء التراكمية رياضياً كالتالي:

$$S(t) = P(T > t) = \int_t^{+\infty} f(T)d(T) \quad (1)$$

$T$  متغير زمن البقاء ويشير الى الفترة الزمنية التي عاشها الشخص حتى حدوث الوفاة، فتكون فترة حياة الشخص حتى حدوث الوفاة أكبر أو تساوي الصفر  $t \geq 0$ .

( $f(t)$ ) دالة الكثافة الاحتمالية للوفاة، ( $S(t)$ ) دالة البقاء على قيد الحياة التراكمية

لهذه الدالة الخصائص التالية: (الباقر، 2017)

1- أنها موجبة ومستمرة ولجميع قيم  $t$

2- دالة متاقصة مع الزمن أي تتناسب عكسياً مع الزمن بمعنى  $S(t=0) = 1$  و  $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0$

3- باعتبار ( $S(t)$ ) دالة احتمالية فإن قيمها محصورة بين الصفر والواحد أي أن:  $0 \leq S(t) \leq 1$

يختلف شكل علاقة دالة البقاء باختلاف نوع التوزيع الاحتمالي المستخدم في التقدير، لكنها تشتراك جميعها بالمفهوم ذاته، والخواص ذاتها، وفيما يلي علاقات دوال البقاء للتوزيعات الاحتمالية المدرosa في هذا البحث.

### 9-1 دالة البقاء للتوزيع اللوغاريتمي:

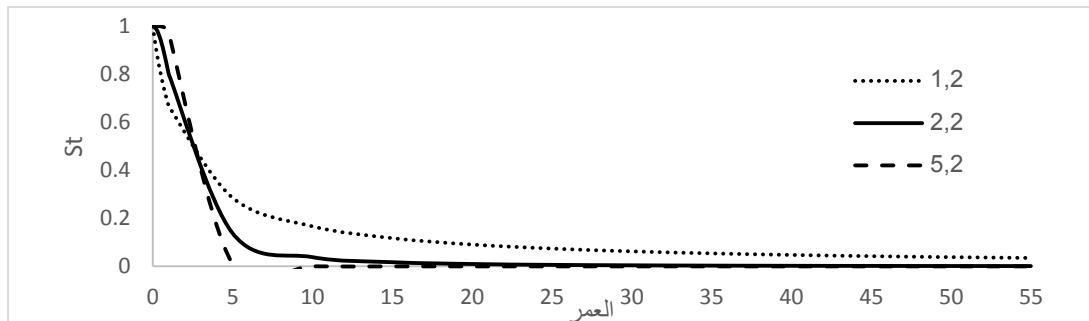
يمكن تعريف التوزيع اللوغاريتمي (المنطقي) اللوغاريتمي على أنه توزيع احتمالي لمتغير عشوائي موجب، يستعمل كتوزيع لزمن الحياة أي كنموذج وسيطي لأ زمنة الأحداث التي يرتفع معدل خطر وقوعها في البداية ثم يتناقص المعدل لاحقاً، ويكون في بعض الأحيان على شكل سنم، ويستعمل هذا التوزيع في دراسة تدفق المياه مثل الفيضانات وانهيار السدود، وفي الدراسات الاقتصادية كتوزيع دخل الفرد (التجي، 2014)، يمكن اعتبار التوزيع اللوغاريتمي مزيج من توزيع جومبيرتز وتوزيع جاما عندما تأخذ كل من معلمة الشكل ومعلمة القياس للقيمة واحد، وينظر اليه أيضاً على أنه توزيع أسي مرحج، ويحسب احتمال بقاء شخص بعد العمر  $t$  عن طريق دالة البقاء التراكمية ( $S(t)$ ) للتوزيع (AL-shomrani & others, 2016):

$$S(t) = \left(1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)^{-1} \quad t > 0, \theta > 0, \beta > 0 \quad (2)$$

$\beta$  معامل الشكل للتوزيع اللوغاريتمي،  $\theta$  معامل القياس للتوزيع اللوغاريتمي،  $t$  عمر الفرد في آخر عيد ميلاد له

يوضح الشكل (1) منحنيات البقاء لقيم مختلفة لمعلمة الشكل وثبتت معلمة القياس، حيث نلاحظ انخفاض احتمال البقاء للمنحنيات الثلاث بشكل سريع عند الأعمار الصغيرة، وانخفاضه بشكل تدريجي ومتقارب مع محافظته على مستوى شبه ثابت مع نقدم العمر، وبمقارنة المنحنيات الثلاث نلاحظ ازيد احتمال البقاء كلما ازدادت قيمة معلمة الشكل قبل نقطة

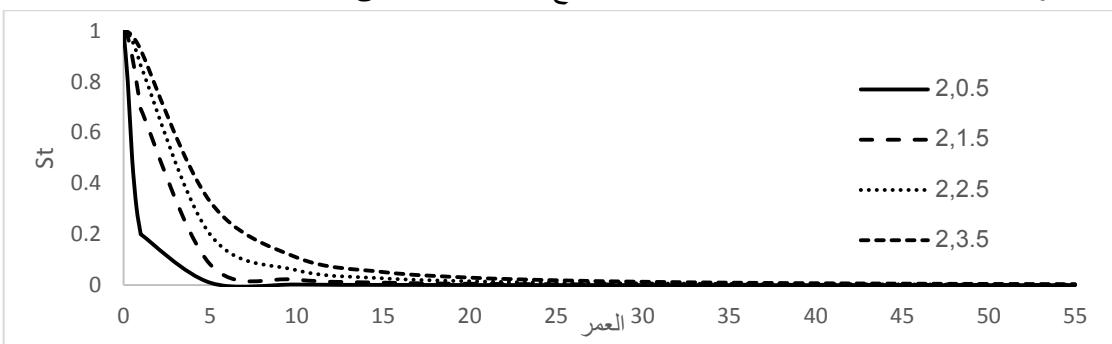
تقاطع المنحنيات، ويتغير سلوك المنحنيات بعدها حيث ينخفض احتمال البقاء كلما ازدادت قيمة معلمة الشكل وثبات معلمة القياس.



الشكل(1) دالة البقاء بقيم مختلفة لمعلمة الشكل وتثبيت معلمة القياس

المصدر : تم الرسم بحساب احتمالات البقاء للفئات العمرية الأحادية السن بإعطاء قيم افتراضية لمعلمة الشكل والقياس بالاستعانة ببرنامج اكسيل المتقدم

كما يوضح الشكل (2) منحنيات البقاء بقيم مختلفة لمعلمة القياس وتثبيت معلمة الشكل، نلاحظ انخفاض سريع لاحتمال البقاء عند الأعمار الصغيرة، ثم يأخذ شكل شبه خطى كلما تقدم العمر، ولا يوجد نقاط تقاطع بين المنحنيات، وإنما يزداد احتمال البقاء بازدياد قيمة معلمة القياس وتثبيت معلمة الشكل، مع محافظة الدالة على شكلها.



الشكل (2) دالة البقاء بقيم مختلفة لمعلمة القياس وتثبيت معلمة الشكل

المصدر : تم الرسم بحساب احتمالات البقاء للفئات العمرية الأحادية السن بإعطاء قيم افتراضية لمعلمة الشكل والقياس بالاستعانة ببرنامج اكسيل المتقدم

## 9-2 دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي:

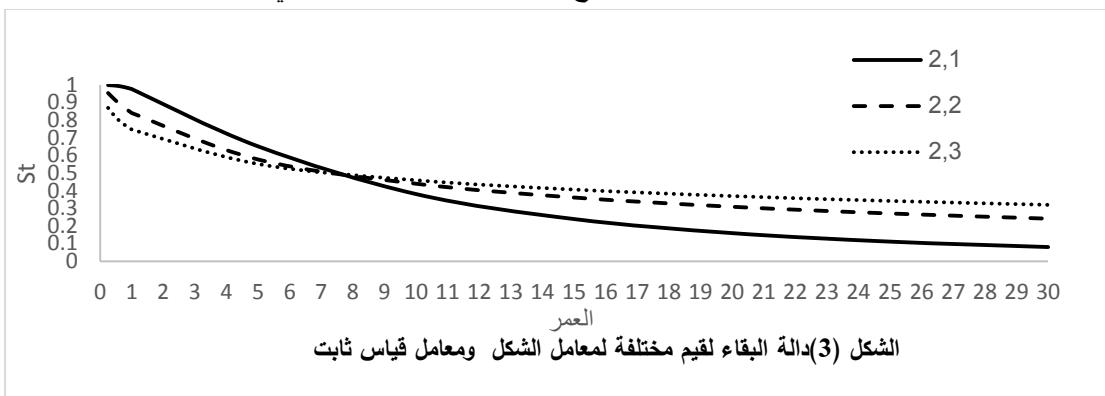
لتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي تطبيقات حياتية عديدة، فله أهمية في موضوع الرقابة على جودة الإنتاج، وفي دراسة ونمذجة احتمال البقاء وخاصة للمرضى المصابين بمرض السرطان والذين يخضعون لجرعات من العلاج الكيميائي. (<http://www.itu.int/ITU-R/go/patents/en>) ، وفي تحليل وتقدير احتمالات البقاء خلال فترة زمنية مدروسة والتنبؤ بها، ويحسب احتمال بقاء الشخص خلال فترة زمنية معينة  $[t_0, t]$  أو بعد العمر  $t$  عن طريق دالة البقاء التراكمية  $S(t)$  للتوزيع: (O'Connor Modarres, Ali,2016)

$$S(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(t) - \mu_N}{\sigma_N}\right) \quad (3)$$

$\Phi$  قيم الاحتمالات لتتابع التوزيع الطبيعي المعياري،  $\ln(t)$  متغير التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي بمتوسط  $\mu$  وانحراف معياري  $\sigma$ ، ويمثل لوغاريتم مراكز فئات الأعمار في هذا البحث.

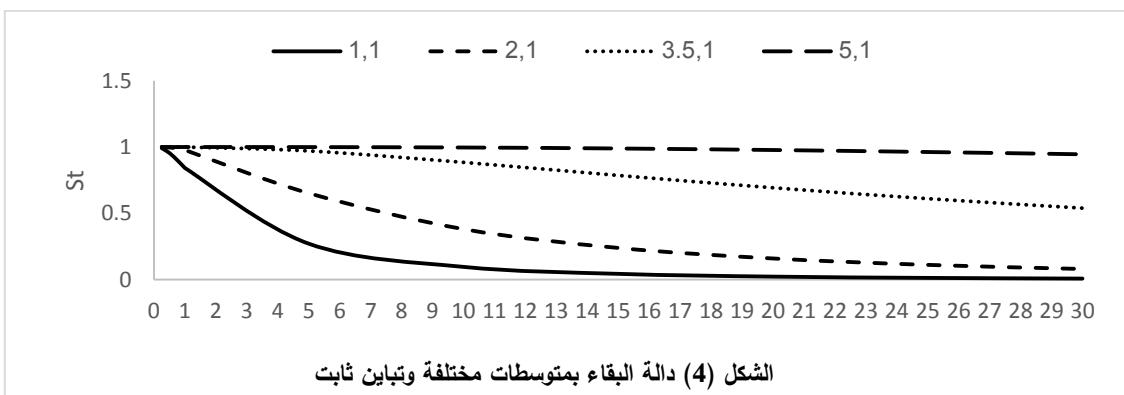
$\mu_N$  معامل القياس لمتغير التوزيع  $\ln(t)$  ولا يحدد هذا المعامل الموقع كما في التوزيع الطبيعي.  $\sigma_N^2$  معامل الشكل لمتغير التوزيع الطبيعي  $\ln(t)$  ولا يحدد هذا المعامل القياس كما في التوزيع الطبيعي.

يوضح الشكل (3) منحنيات البقاء بتثبيت معامل القياس أو متوسط التوزيع ويقيم مختلفة لمعامل الشكل أو تباين التوزيع، حيث نلاحظ أن منحنيات البقاء متافقية بتزايد قيم التباين وثباتات المتوسط، وكلما زاد التباين يتافق مستوى منحنيات البقاء للأعمار الصغيرة جداً والصغيرة ويتزايد بعد ذلك مع تزايد العمر، ولا يحافظ منحنى البقاء على شكله.



المصدر: تم الرسم بحسب احتمالات البقاء للفئات العمرية أحادية السن بإعطاء قيمة افتراضية لمعلمة الشكل والقياس وبالاستعانة ببرنامج اكسيل المتقدم

كما يوضح الشكل (4) منحنيات البقاء بتثبيت التباين وقيم مختلفة للمتوسط، حيث نلاحظ أنه كلما زادت قيمة المتوسط ارتفع مستوى منحنى البقاء، بمعنى يزداد احتمال البقاء للأشخاص كلما زادت قيمة متوسط التوزيع بثبات التباين، ويتحقق بشكل تدريجي ليصل إلى أدنى قيمة له، كما يحافظ منحنى البقاء على شكله



المصدر: تم الرسم من قبل الباحث بإعطاء قيمة افتراضية لمعلمة الشكل والقياس لدوال البقاء وبالاستعانة ببرنامج اكسيل المتقدم

### 9-3 دالة البقاء للتوزيع جومبيرتر:

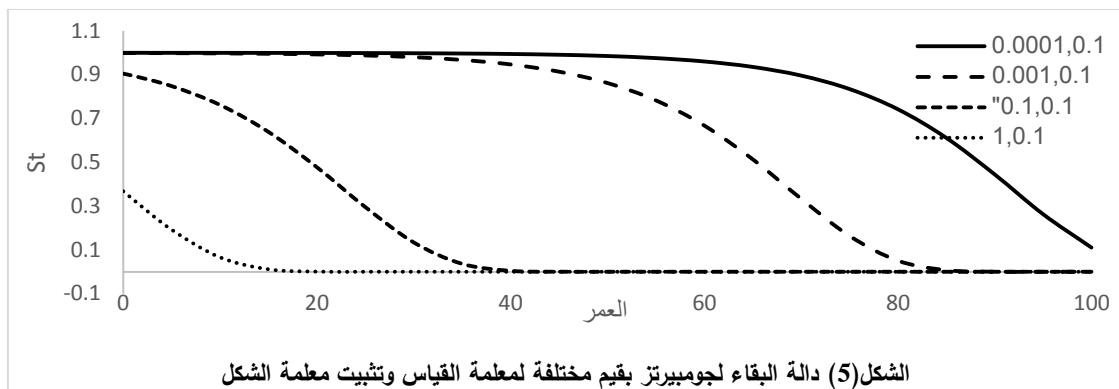
يعد توزيع جومبيرتر من التوزيعات الهامة والمستخدمة بشكل واسع في وصف أنماط الوفيات عند الرضع والمرأهقين والشباب (Lenart,2014)، وحظي هذا التوزيع باهتمام الديموغرافيين في مجال تحليل زمن البقاء نظراً للمرنة التي يتمتع بها، حيث يمكن أن تأخذ دالة الكثافة أشكالاً مختلفة وفقاً لاختلاف قيمة معلمات التوزيع، ويوافق هذا التوزيع العديد من الظواهر الحيوية وخاصة زمن الاحتفاظ بالرثائين، ويحسب احتمال بقاء شخص بعد العمر  $t$  عن طريق دالة البقاء  $S(t)$  التالية: (النجي،2014)

$$S(t) = e^{-\theta e^{\beta t}} \quad \beta > 0, \theta > 0, t > 0 \quad (4)$$

$\beta$  معلمة الشكل،  $\theta$  معلمة القياس،  $t$  عمر الفرد في آخر عيد ميلاد له (Moala& Dey,2018)

يوضح الشكل (5) منحنيات البقاء لقيم مختلفة لمعلمة القياس وتثبيت معلمة الشكل، فنلاحظ احتمال بقاء مرتفع وشبه ثابت في بدايته، ثم يتلاطم ليصل إلى أدنى حد له كلما تقدم العمر وذلك كلما اقتربت قيمة معلمة القياس من الصفر، ويظهر احتمال البقاء تناقص سريع عند الأعمار الصغيرة جداً والصغيرة ليقترب من أدنى حد له (الصفر) ويصبح شبه

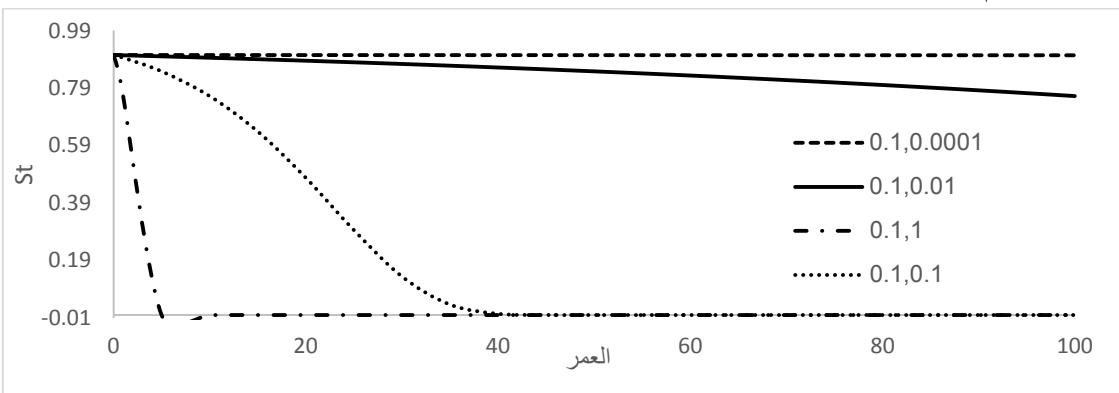
ثابت كلما تقدم العمر وذلك عندما يقترب معامل القياس من الواحد. تبدأ منحنيات البقاء لجومبيرتر من قيم مختلفة لاحتمالات البقاء عند إعطاء قيمة مختلفة لمعلمة القياس، بحيث تتحسن القيمة البدائية التي لا تساوي الواحد كلما ازدادت قيمة معلمة الشكل.



الشكل (5) دالة البقاء لجومبيرتر بقيم مختلفة لمعلمة القياس وتثبيت معلمة الشكل

المصدر: تم الرسم بحساب احتمالات البقاء للفئات العمرية الأحادية السن بإعطاء قيمة افتراضية لمعلمة الشكل والقياس بالاستعانة ببرنامج اكسيل المتقدم

كما يوضح الشكل (6) منحنيات البقاء بقيم مختلفة لمعلمة الشكل وتثبيت معلمة القياس، نلاحظ احتمال بقاء مرتفع ومتناقص بشكل بطيء عند إعطاء قيمة مختلفة لمعلمة الشكل وقريبة من الصفر، وتأخذ شكل متناقص بشكل تدريجي كلما ابتعدت عن الصفر (لاحظ المنحني (0.1,0.1)، ومتناقص بشكل حاد وخاصة عند الأعمار الصغيرة لتناسب تناقصها بشكل بطيء جداً كلما اقتربت قيمة معلمة الشكل من الواحد. تبدأ كل المنحنيات من قيمة بدائية واحدة قريبة من الواحد عند إعطاء قيمة مختلفة لمعلمة الشكل وتثبيت معلمة القياس.



الشكل (6) دالة البقاء لجومبيرتر بقيم مختلفة لمعلمة الشكل وتثبيت معلمة اقياس

المصدر: تم الرسم بحساب احتمالات البقاء للفئات العمرية الأحادية السن بإعطاء قيمة افتراضية لمعلمة الشكل والقياس بالاستعانة ببرنامج اكسيل المتقدم

## 10- تقدير دوال البقاء للتوزيعات الاحتمالية باستخدام طريقة المربيعات الصغرى اللاخطية:

تتميز طريقة المربيعات الصغرى اللاخطية (Non- Linear Least Square Method) بأنها طريقة واضحة ومعقولة تسمح ببناء نماذج من بيانات إحصائية وتعطي تقديرات جيدة تحت افتراضات معينة، إن نموذج الانحدار اللاخطي هو نموذج يحوي معلمات غير خطية في دالة النموذج، ولتحويل دالة النموذج من علاقة غير خطية إلى علاقة خطية يتم إجراء تحويل بسيط باستخدام التحويل اللوغاريتمي.

يعبر عن نموذج الانحدار اللاخطي لهذا البحث بالصيغة التالية (عبد الرحمن وآخرون، 2013)

$$S(t) = \widehat{S}(t_i) + \varepsilon_{t_i} \quad (5)$$

احتمال البقاء المقدر للشخص  $i$  على قيد الحياة حتى العمر  $t$  ، ويقدر من دالة البقاء للتوزيع الاحتمالي المحدد.  
 $S(t) = 1 - \widehat{F}_{(i)}$  احتمال البقاء للشخص  $i$  على قيد الحياة حتى العمر  $t$  ويقدر بإحدى الطائق الامثلية لتقدير دالة توزيع الوفاة التراكمية التجريبية وهي في الجدول التالي:

الجدول (1) طرق تقدير  $(\widehat{S}(t_i))$ 

$F(t_{(i)})$	طرق التقدير
$\widehat{F}_{(i)} = \frac{i}{n+1}$	رتبة المتوسط (Mean Rank)
$\widehat{F}_{(i)} = \frac{i - 0.3175}{i + 0.365}$	رتبة الوسيط (Median Rank)
$\widehat{F}_{(i)} = \frac{i - 0.5}{n}$	تماثل دالة التوزيع ( $Symmetrical F(t)$ )

المصدر:(مخول وخانم،2011)

خطأ العشوائي يوسط حسابي يساوي الصفر وتباين يساوي الواحد، ويسمى أيضاً بواقي النموذج غير المفسرة. إن مقدرات المربيات الصغرى اللاخطية هي قيم المعلمات لدالة البقاء التي تقلل المقدار التالي إلى أقل ما يمكن:

$$SSE = \underset{n}{minimize} \sum_{i=1}^{i=n} [\varepsilon_{t_i}]^2 = \underset{n}{minimize} \sum_{i=1}^{i=n} [S(t_i) - \widehat{S}(t_i)]^2 \quad (6)$$

 $n$  عدد الفئات أحادية السن

وبنفس الطريقة سيتم حساب الفروق بين القيم المقدرة لاحتمالات البقاء عن القيم الفعلية لها ( $P(t)$ ) لكل من الذكور والإإناث (والتي سيتم حسابها في الجانب التطبيقي من هذه الدراسة) وفق العلاقة التالية:

$$SSE = \underset{n}{minimize} \sum_{i=1}^{i=n} [P(t) - \widehat{S}(t_i)]^2 \quad (7)$$

#### 10-1 تقدير معلمتي دالة البقاء للتوزيع اللوغاريتمي:

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي لمعكوس دالة البقاء الخاصة بالتوزيع (O'Connor, Modarres & Mosleh,2016)

$$\begin{aligned} S(t) &= (1 + (\frac{t}{\theta})^\beta)^{-1} \\ 1 - F(t) &= \frac{1}{1 + (\frac{t}{\theta})^\beta} \\ \frac{1}{1 - F(t)} &= 1 + (\frac{t}{\theta})^\beta \\ \ln \left( \frac{1}{1 - F(t)} - 1 \right) &= \beta(\ln t - \ln \theta) \\ \ln \left( \frac{F(t)}{1 - F(t)} \right) &= \beta \ln t + \beta \ln \frac{1}{\theta} \quad (8) \end{aligned}$$

بمقارنة العلاقة (8) بصيغة الانحدار الخطى التالية:  $Y = mX + c$

$$Y = \ln \left( \frac{F(t)}{1 - F(t)} \right), \quad m = \beta, \quad X = \ln t, \quad c = \beta \ln \frac{1}{\theta} \quad (9)$$

$$\widehat{\beta}_{LS} = \widehat{m}_{LS} \quad (10)$$

$$\widehat{\theta}_{LS} = e^{-\frac{\widehat{c}_{LS}}{\widehat{m}_{LS}}} \quad (11)$$

بما أن قيمة  $F(t)$  تابعة لقيمتى  $\theta, \beta$  يمكننا كتابتها بالشكل  $F(t_{(i)}; \beta, \theta)$  حيث:  $i = 1, 2, \dots, n$

$$Y = \ln(F(t_{(i)}; \beta, \theta) / (1 - F(t_{(i)}; \beta, \theta))) = \ln\left(\frac{\widehat{F}_{(i)}}{(1 - \widehat{F}_{(i)})}\right)$$

$\widehat{F}_{(i)}$  هي نقطة تقدير  $L(t_{(i)}; \beta, \theta)$  التي يتم إيجادها من خلال إحدى طرق التقدير الامثلية المذكورة في الجدول (1). ويحسب تقدير  $c$ ,  $m$  بطريقة المربيعات الصغرى وفق التالي: (Johnson & Kuby, 2012)

$$\widehat{m}_{LS} = \frac{\Sigma(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}, \quad \widehat{c}_{LS} = \bar{Y} - \widehat{\beta}_{LS}\bar{X}$$

وبعد تقدير معلمتي التوزيع  $(\widehat{\beta}; \widehat{\theta})$  يمكن تقدير احتمالات البقاء عبر دالة البقاء للتوزيع اللوغاريتمي من العلاقة التالية: (O'Connor, Modarres & Mosleh, 2016)

$$\widehat{S(t)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{\widehat{\theta}_{LS}}\right)^{\widehat{\beta}_{LS}}} \quad (12)$$

## 2- تقدير معلمتي دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي:

يتم تقدير معلمتي التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي كمالي: (O'Connor, Modarres & Mosleh, 2016)

$$\begin{aligned} S(t) &= 1 - \Phi\left(\frac{\ln(t) - \mu_N}{\sigma_N}\right) \\ 1 - F(t) &= S(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(t) - \mu_N}{\sigma_N}\right) \\ F(t) &= \Phi\left(\frac{\ln(t) - \mu_N}{\sigma_N}\right) \\ \text{invNorm}(F(ti)) &= \frac{\ln(t) - \mu_N}{\sigma_N} \end{aligned}$$

تمثل الدالة العكسية لدالة التوزيع التراكمية للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي.

$$\text{invNorm}(F(ti)) = \frac{1}{\sigma_N} \ln(t) - \frac{\mu_N}{\sigma_N} \quad (13)$$

بمقارنة العلاقة (13) بصيغة الانحدار الخطى:

$$Y = mX + c, \quad X = \ln(t), \quad m = \frac{1}{\sigma_N}, \quad c = -\frac{\mu_N}{\sigma_N} \quad (14)$$

بما أن قيمة  $F(t)$  تابعة لقيمتي  $\mu_N, \sigma_N$  يمكننا كتابتها بالشكل  $(Ft_i; \mu_N, \sigma_N)$  حيث:

$$Y = \text{invNorm}(Ft_i; \mu_N, \sigma_N) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$\widehat{F}_{(i)}$  هي نقطة تقدير  $L(t_{(i)}; \mu_N, \sigma_N)$  يتم إيجادها من إحدى الطرق الامثلية المذكورة في الجدول (1). بما أن  $m = \frac{1}{\sigma_N}$  وهذا يعني أن تقدير معامل الشكل  $\widehat{\sigma}_N$  سيكون

$$\widehat{\sigma}_{N, LS} = \frac{1}{\widehat{m}_{LS}} \quad (15)$$

وللحصول على تقدير معامل القياس  $\widehat{\mu}_N$  يتم التعويض في العلاقة (14):

$$c = -\frac{\mu_N}{\sigma_N} = -\frac{\mu_N}{\frac{1}{\widehat{m}_{LS}}} \Rightarrow \widehat{\mu}_{N, LS} = -\frac{\widehat{c}_{LS}}{\widehat{m}_{LS}} \quad (16)$$

ويمكن الحصول على تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (O'Connor, Modarres & Mosleh, 2016):

$$\widehat{S(t)} = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(t) - \widehat{\mu_{NLS}}}{\widehat{\sigma_{NLS}}}\right) \quad (17)$$

### 3-3 تقدیر معلمات دالة البقاء للتوزيع جومبیرتز:

سيتم هنا أخذ اللوغاريتم الطبيعي متاليتين لمقلوب دالة البقاء للتوزيع جومبیرتز كمالي:

$$\begin{aligned} S(t) &= e^{-\theta e^{\beta t}} \\ 1 - F(t) &= e^{-\theta e^{\beta t}} \\ \frac{1}{1 - F(t)} &= e^{\theta e^{\beta t}} \\ \ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right) &= \theta e^{\beta t} \\ \ln\left(\ln\frac{1}{1 - F(t)}\right) &= \ln\theta + \beta t \quad (18) \end{aligned}$$

بمقارنة العلاقة (18) بصيغة الانحدار الخطي التالية:

$$Y = \ln\left(\ln\frac{1}{1 - F(t)}\right) \quad m = \beta \quad X = t \quad c = \ln\theta$$

$$\widehat{\beta_{LS}} = \widehat{m_{LS}} \quad (19)$$

$$c = \ln\theta \Rightarrow \widehat{\theta_{LS}} = e^{\widehat{c}_{LS}} \quad (20)$$

وسيكون تقدير دالة البقاء للتوزيع جومبیرتز:

$$\widehat{S(t)} = e^{-\widehat{\theta_{LS}} e^{\widehat{\beta_{LS}} t}} \quad (21)$$

### 11- معايير المفاضلة بين احتمالات البقاء للتوزيعات الاحتمالية:

سيتم استخدام معيار معلومات أكايكي ومعيار معلومات شوارز للمفاضلة بين التوزيعات الاحتمالية المدروسة في البحث، وذلك من حيث ملاءمتها وتمثيلها لاحتمالات البقاء المقدرة عن طريقها، ومعرفة أي توزيع احتمالي أقرب لاحتمالات البقاء الفعلية لسوريا لفترة ما قبل الأزمة السورية، ووضع الخيار على هذين المعيارين معاً لأن كل واحد منها يسلط الضوء على خاصية مهمة في النموذج المختار، فمعيار أكايكي يظهر الدقة التنبؤية أو كفاءة النموذج بينما يظهر معيار شوارز اتساق النموذج المختار.

### 11-1 معيار معلومات أكايكي (AIC) :

قدم العالم الياباني (Hirotugo Akaike) عام 1974 معياراً للمعلومات سمي بمعيار أكايكي واختصاراً AIC، يعد مقياساً يعكس الجودة النسبية للنماذج الإحصائية لمجموعة معينة من البيانات. حيث يقدر AIC نوعية كل نموذج نسبة إلى كل من النماذج الأخرى، ويعتبر أداة هامة لاختيار النماذج بناءً على كفاءتها أو دقتها التنبؤية (Breiman, 2001)، لأنه يفضل بين النماذج العشوائية للبيانات بين حسن المطابقة وقليل المطابقة بشكل مثالى، على الرغم من أن معيار AIC يستخدم للمقارنة بين النماذج المعقده (Aho & others, 2014)، لكنه لا يرجح النماذج ذات المعالم الكثيرة التي بطبيعتها تنتج فرط مطابقة (overfitting)، باعتبار أن تكثير المتغيرات في نموذج ما يحسن من جودة مطابقته بشكل تلقائي، وبالتالي يستند معيار AIC في اختيار النموذج إلى التوفيق بين جودة مطابقة النموذج وتخفيض تعقد النماذج، أي

النموذج الذي يفسر أكبر قدر ممكن من التباين بأقل عدد من المتغيرات المستقلة، ويكون النموذج الأفضل حسب AIC هو النموذج الذي يملك أدنى قيمة لهذا المعيار، يعطى معيار AIC بالعلاقة التالية: (Venables & Ripley, 2002)

$$AIC = n \ln(\sigma_e^2) + n + n \ln(2\pi) + 2K \quad (22)$$

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y})^2 = \frac{SSE}{n}$$

$n$  حجم العينة،  $K$  عدد معلمات النموذج + (1)،  $\sigma_e^2$  التباين لباقي النموذج .(Residual Deviance) في حال كان حجم العينة المستخدم صغيراً، يتم استخدام معيار معلومات أكايكي المصحح Corrected AICc والذى يعطى بالعلاقة التالية:

$$AICc = AIC + \frac{2k^2 + 2k}{n - k - 1} \quad (23)$$

## 2-11 معيار معلومات شوارز (Schwarz Information Criterion)

قدم الباحث (Gideon E. Schwarz) عام 1978 معياراً جديداً للمقارنة بين النماذج سمي بمعيار Schwarz أو المعيار البايزى، ويعرف اختصاراً بالرمز BIC وله العلاقة الرياضية التالية: (Aho&others,2014)

$$BIC = n \ln(\sigma_e^2) + k \ln(n) + n \ln(2\pi) + n \quad (24)$$

$n$  حجم العينة،  $K$  عدد معلمات النموذج + (1)،  $\sigma_e^2$  مقدار التباين لباقي النموذج المحدد يرجح معيار BIC كفة النماذج التي تحقق أحسن توافق بين درجة تعقيد النموذج وقوته الوصفية، ويوصف بأنه معيار متسق، أي عندما يكون حجم العينات كبيراً بما فيه الكفاية يختار BIC النموذج الصحيح (Aho&others,2014)، والقريب جداً من النموذج الحقيقي، وكذلك يستخدم BIC نماذج خوارزمية، ويعامل آلية البيانات على أنها غير معروفة (Breiman,2001)، يتم حساب معيار BIC لكل نموذج من النماذج المدروسة، والنموذج الذي يعطي أقل قيمة له يتم اختياره على أنه النموذج الأفضل.

مما سبق نستنتج أن لكل معيار مزاياه المختلفة في الاختيار بين النماذج، فيعتبر معيار BIC ثابت ومنسق إلا أنه لا يمكن أن يكون الأمثل لأنه لا يعكس الدقة التنبؤية للنماذج، على عكس ما يقدمه معيار AIC في إبراز الدقة التنبؤية للنماذج إلا أنه غير متسق(yang,2005)، يجب التوفيق أن معياري AIC,BIC معيارين نسبيين للمقارنة بين النماذج فقط، وليس لها أية دلالة بخصوص الجودة المطلقة لنموذج ما.

## 12- التحليل ومناقشة النتائج (Analysis and Results Discussion)

واجهت الدراسة مشكلتين، الأولى هي حساب أعداد السكان لفئات العمرية أحادية السن، نظراً لعدم توفرها في المجموعة الإحصائية السورية إلا في ثلاث سنوات فقط غير متتالية، وهي السنوات التي أجري فيها التعداد السكاني للأعوام(1994-1981-2004)، وباعتبار أن متطلبات الدراسة هي توفر ثلاث سنوات متتالية يكون فيها أعداد السكان في فئات عمرية أحادية السن، تمت الاستعانة بأعداد السكان المتوفرة بشكل فئات خماسية السن من قاعدة البيانات المفتوحة التي أتاحها البنك الدولي للمعلومات، (<https://data.albankaldawli.org>) والأهرامات السكانية لسكان سوريا للسنوات المذكورة (<https://www.populationpyramid.net/Syrian-arab-republic>) والموضحة في الجدول التالي:

## الجدول (2) أعداد السكان في سوريا للأعوام 2008-2009-2010

الفئات	2008		2009		2010	
	الذكور	الإناث	الذكور	الإناث	الذكور	الإناث
0-4	1485890	1419601	1528638	1464354	1502298	1440465
5-9	1336099	1269316	1338550	1276533	1328882	1270642
10-14	1234102	1164341	1256393	1188369	1255836	1189400
15-19	1142546	1083662	1143387	1086116	1135043	1077805
20-24	1100174	1063571	1112679	1078245	1106129	1072389
25-29	949483	937866	986806	979365	1005541	1000619
30-34	733411	734869	772996	779328	802796	813024
35-39	570224	574610	592889	601872	611694	624641
40-44	481859	483925	493893	499966	501099	510663
45-49	400562	399553	416909	419226	425958	431092
50-54	311465	312148	322872	324657	331677	334812
55-59	231767	229038	246863	249041	257149	262645
60-64	159868	155955	166494	160704	173412	167628
65-69	123142	132822	126854	137525	129067	139194
70-74	94701	102593	94568	104027	94377	105220
75-79	68733	71796	70148	76529	70053	79036
80-84	35581	32818	36734	35750	37409	38672
85-89	13,122	13,205	13,467	13,458	13,483	13,977
90-94	3084	5055	3102	5077	2818	4716
95-99	464	948	452	963	308	793
100+	19	49	20	54	20	58
total	10476296	10187741	10724714	10481159	10785049	10577491

المصدر : <https://www.populationpyramidPyramid.net/Syrian-arab-republic>

أما المشكلة الثانية فكانت في توفر بيانات أعداد السكان بشكل فئات خماسية وليس أحادية، لذلك تمت الإستعانة بجدول معاملات سبراغ<sup>1</sup> لنفكك أعداد السكان في الفئات العمرية الخامسة إلى فئات عمرية أحادية لكل نوع، ثم حساب قيم احتمالات البقاء الفعلي، للفئات العمرية أحادية السن بتطبيق العلاقة (27) لطريقة (Knapp-Zeuner) بمراقبة السنوات 2008-2009-2010 واعتماد 2009 كسنة أساس (الأفندى، 1982) : (Keiding,2000)

$$l_t = \frac{2009}{2009-t} L_t + \frac{2009}{2009-t} d_t, \quad l_{t+1} = \frac{2009}{2009-t} L_t - \frac{2010}{2009-t} d_t \\ P_t = \frac{l_{t+1}}{l_t} = \frac{\frac{2009}{2009-t} L_t - \frac{2010}{2009-t} d_t}{\frac{2009}{2009-t} L_t + \frac{2009}{2009-t} d_t} \quad (27)$$

احتمال البقاء الفعلي للأشخاص في العمر  $t$ ،  $l_t$  هو عدد الأحياء الذين أتموا العمر  $t$  خلال عام 2009

$l_{t+1}$  هو عدد الأشخاص الأحياء من بين  $l_t$  الذين أتموا العمر  $t+1$  عام 2010

عدد الأشخاص الأحياء بين العمر  $(t-2009)$  والعمر  $t$  في 2009

عدد الوفيات بين العمر  $(t-2009)$  والعمر  $t$  في 2009

عدد الأشخاص الذين توفوا في بحر عام 2010 دون أن يبلغ كل منهم العمر  $(t+1)$

## 12-1 تقيير الانحدار الخطى لدوال البقاء للتوزيعات الاحتمالية المدروسة:

تم تقيير الانحدار الخطى لدوال البقاء للتوزيعات الاحتمالية المدروسة باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية وبنطبيق الخطوات التي تم سردها في الإطار النظري للبحث وبمساعدة برنامج R4.4.2 تم الحصول على النتائج التالية:

<sup>1</sup> لمزيد من التفاصيل عن جداول معاملات سبراغ يمكن الرجوع إلى (Calot & Sadron,2004)

> انحدار  $x \sim y$  للتوزيع اللوجستي اللوغاريتمي #

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-6.0231	0.2816	-21.39	<2e-16
X	1.6645	0.0751	22.16	<2e-16

Multiple R-squared: 0.8323, Adjusted R-squared: 0.8306

> انحدار  $x \sim y$  للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي #

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-3.33799	0.15871	-21.03	<2e-16
x	0.92247	0.04234	21.79	<2e-16

Multiple R-squared: 0.8275, Adjusted R-squared: 0.8257

> انحدار  $x \sim y$  للتوزيع جومبيرتز #

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-2.556758	0.071973	-35.52	<2e-16
x	0.039537	0.001234	32.03	<2e-16

Multiple R-squared: 0.912, Adjusted R-squared: 0.9111

&gt; جدول تحليل التباين للتوزيع اللوجستي اللوغاريتمي #

Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
X	1	268.685	268.685	491.17 < 2.2e-16
Residuals	99	54.156	0.547	

&gt; جدول تحليل التباين للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي #

Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
x	1	82.523	82.523	474.76 < 2.2e-16
Residuals	99	17.208	0.174	

&gt; جدول تحليل التباين للتوزيع جومبيرتز #

Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
x	1	134.197	134.197	1026.1 < 2.2e-16
Residuals	99	12.948	0.131	

المصدر: مخرجات برنامج R.4.2.2

ويعرض الجدول (3) ملخص عن أهم النتائج التي حصلنا عليها:

**الجدول (3) معادلات انحدار  $x \sim y$  للتوزيعات الاحتمالية المدروسة**

معادلة انحدار $y \sim t$	طريقة تقيير $\widehat{F}_{(i)}$	مقدار ( $x$ ) و ( $y$ ) لكل توزيع احتمالي بعد إجراء التحويل الخطى	التوزيع الاحتمالي
$y = 1.665t - 6.023$	$\widehat{F}_{(i)} = \frac{i - 0.5}{n}$	$x = \ln t, y = \ln\left(\frac{F(t)}{(1 - F(t))}\right)$	التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي
$y = 0.9225t - 3.3380$	$\widehat{F}_{(i)} = \frac{i - 0.5}{n}$	$x = \ln(t), y = \text{inverse}(\widehat{F}_{(i)})$	التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي
$y = 0.03954t - 2.5568$	$\widehat{F}_{(i)} = \frac{i}{n + 1}$	$y = \ln(\ln(\frac{1}{(1 - F(t))}))$	توزيع جومبيرتز

المصدر: تم التطبيق من قبل الباحث بناء على صيغ الانحدار الخطى لدوال البقاء الواردة في الفقرات (1-10) (2-10) (3-10)

تدل معادلات الانحدار  $x \sim y$  الموجودة في الجدول (3) للتوزيعات اللوجستي اللوغاريتمي، الطبيعي اللوغاريتمي، وجومبيرتز على الترتيب على وجود علاقة طردية بين المتغيرين  $x$  و  $y$ ، وتوضح قيمة P-value المساوية للصفر لاختبار  $t$  لمعاملات الانحدار لكل التوزيعات على وجود علاقة معنوية بين الأعمار واحتمال البقاء التجربى، بمعاملات تحديد (0.8323 ، 0.8275 ، 0.912) على الترتيب من اليمين الى اليسار، ومعاملات تحديد معدلة (0.8306 ، 0.8257 ، 0.9111)، أي استطاعت النماذج المقدرة بطريقة المربعات الصغرى تفسير (83.06 % ، 82.57 % ، 82.57 %) من التغيرات الحاصلة في المتغير  $y$  بتأثير المتغير  $x$ ، أكدت قيمة معاملات الارتباط (0.91 % ، 0.9111 % ، 0.955) على وجود علاقة طردية قوية جداً بين المتغيرين  $x$  و  $y$  ، ويتوقع القارئ أن تكون العلاقة عكسية باعتبار أن احتمال البقاء يتلاقص مع تقدم العمر إلا أن النتيجة الطردية جاءت من التحويل اللوغاريتمي لعلاقة دالة البقاء، من الواضح أن القدرة التفسيرية ومعامل الارتباط لنموذج توزيع جومبيرتز هي الأعلى مقارنة بالتوزيعين الآخرين، كما تبين جداول تحليل التباين معنوية معاملات الانحدار الخطى، وخاصة أن قيمة P-value لاختبار فيشر مساوية للصفر لكل التوزيعات المدروسة، وكانت مجموع مربيعات الباقي (12.948-17.208-54.156) لنماذج الانحدار الخطى للتوزيعات الاحتمالية على الترتيب، حيث أعطى توزيع جومبيرتز أيضاً أقل مجموع لمربعات الباقي مقارنة بالتوزيعين الآخرين.

## 12-2 تقدير معلمتي البقاء واحتمالات البقاء واختبار حسن المطابقة للتوزيعات الاحتمالية المدروسة:

تم تقدير معلمتي دوال البقاء، وفق ما ذكر في الفقرة (10) من الإطار النظري للبحث ولخصت النتائج في الجدول التالي:

**الجدول (4) القيم التقديرية لمعلمتي دوال البقاء للتوزيعات الاحتمالية المدروسة**

المعالم	التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي		التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي		توزيع جومبيرتز	
المعالم	$\beta_{LS}$	$\theta_{LS}$	$\mu_{NLS}$	$\sigma_{NLS}$	$\beta_{LS}$	$\theta_{LS}$
القيمة	1.665	37.241	3.6184	1.084	0.0395	0.07756

المصدر: مخرجات برنامج R.4.2.2 بتعويض معاملات معادلات الجدول (2) في العلاقات (10) (11) و(15)(16) و(19)(20)

تم تقيير احتمالات البقاء بتعويض القيم المقدرة لمعلمتي كل توزيع من التوزيعات الاحتمالية المذكورة بالجدول (4)، في العلاقات (12) (17) (21)، وتتوضح احتمالات البقاء المقدرة مع احتمالات البقاء الفعلية في الجدول (2) بالملحق، وللتتأكد من ملائمة التوزيعات الاحتمالية لاحتمالات البقاء المقدرة تم تطبيق اختبار كولموجروف-سميرنوف (Colmogorov-smirnov)، كأحد أنواع اختبارات حسن المطابقة وفق الفرضية الصفرية: يلائم التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي احتمالات البقاء المقدرة.

#اختبار كولمو جورف سميرنوف لاحتمالات البقاء المقدرة للتوزيع اللوجستي اللوغاريتمي

```
> ks.test(esSt,"pnorm",0.4603595,0.2616721), data: esSt D = 0.13358, p-value = 0.0544
```

تدل قيمة P-value لاختبار كولموجروف- سميرنوف والتي هي أكبر من 0.05 على ملائمة التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي لاحتمالات البقاء، وبالتالي نقبل الفرضية الصفرية لهذا الاختبار ونرفض البديلة.

وكذلك الأمر تم اختبار الفرضية الصفرية: يلائم التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي لاحتمالات البقاء المقدرة

#حساب اختبار كولموجروف-سميرنوف لاحتمالات البقاء المقدرة للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي

```
> ks.test(St,"pnorm",0.4676278,0.2490944), data: St D = 0.12857, p-value = 0.07095
```

تدل قيمة P-value لاختبار كولموجروف- سميرنوف والتي هي أكبر من 0.05 على ملائمة التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي لاحتمالات البقاء وبالتالي نقبل الفرضية الصفرية لهذا الاختبار ونرفض البديلة

واختبار الفرضية الصفرية: يلائم توزيع جومبيرتز احتمالات البقاء المقدرة.

#اختبار كولموجروف لاحتمالات البقاء لتوزيع جومبيرتز#

```
ks.test(eSt,"pnorm",0.514037,0.3102289), data: eSt D = 0.1131, p-value = 0.1509 <
```

تدل قيمة P-value لاختبار كولموجروف- سميرنوف والتي هي أكبر من 0.05 على ملائمة توزيع جومبيرتز لاحتمالات البقاء وبالتالي نقبل الفرضية الصفرية لهذا الاختبار ونرفض البديلة.

### 3-3 المفاضلة بين التوزيعات الاحتمالية المدروسة حسب معياري المعلومات لأكايكي وشوارز:

قبل البدء بمفاضلة التوزيعات الاحتمالية المدروسة، سيتم حساب مجموع مربعات الباقي لاحتمالات البقاء التجريبية عن المقدرة ( $SSE_{S(t)}$ )، ولاحتمالات البقاء المقدرة عن الفعلية للذكور ( $SSE_{maleS(t)09}$ ) والإثاث ( $SSE_{femaleS(t)09}$ ) عام 2009، ثم تم تطبيق معياري أكايكي وشوارتز وفق العلاقات (22) (24) على مجموع مربعات الباقي المذكورة في الجدول (5) للحصول على الجدول (6) لمعيار أكايكي والجدول (7) لمعيار شوارتز

الجدول (5) مجموع مربعات بواقي نموذج الانحدار الخطى وبواقي الاحتمالات التجريبية عن احتمالات البقاء المقدرة  
وبواقي احتمالات البقاء المقدرة عن الفعلى للذكور والإثاث عام 2009

$SSE_{femaleS(t)09}$	$SSE_{maleS(t)09}$	$SSE_{S(t)}$	$SSE(y \sim x)$	التوزيع الاحتمالي
24.14636	21.74049	0.8024583	54.156	لوجيستي لوغاريتmic
23.13582	20.81309	0.8066	17.208	طبيعي لوغاريتmic
19.31354	16.75543	0.263738	12.948	جومبيرتز

المصدر : مخرجات برنامج R.4.2.2. بالاعتماد على العلاقة (6) (7) من الإطار النظري للبحث

الجدول (6) معيار أكايكي لنموذج الانحدار الخطى ومجموع مربعات الباقي لاحتمالات البقاء التجريبية عن المقدرة  
واحتمالات البقاء المقدرة عن الفعلى عام 2009 للذكور والإناث

Prob dis	Deviance	df	$AIC_{y \sim x}$	$AIC_{St}$	$AIC_{m09}$	$AIC_{fem09}$
MLlogistic	41.044	3	201.68	-195.73	132.153	142.995
Mlnorm	14.551	3	96.94	-195.21	133.078	143.764
Mgompertz	12.948	3	85.153	-308.1	111.189	125.54

المصدر: مخرجات برنامج R.4.2. بالاعتماد على العلاقة (22) من الإطار النظري للبحث

## الجدول (7) معيار شوارز لنمذج الانحدار الخطي ومجموع مربعات الباقي لاحتمالات البقاء التجريبية عن المقدرة

واحتمالات البقاء المقدرة عن الفعلية عام 2009 للذكور والإناث

Prob dis	Deviance	df	$BIC_{y-x}$	$BIC_{St}$	$BIC_{m09}$	$BIC_{fem09}$
MLlogistic	41.044	3	209.521	-187.9	139.99	150.84
Mlnorm	14.551	3	104.786	-187.4	140.92	151.609
Mgompertz	12.948	3	92.999	-300.2	119.035	133.385

المصدر: مخرجات برنامج R.4.2.2 بالاعتماد على العلاقة (24) من الإطار النظري للبحث

يتضح من الجدول (6) أن توزيع جومبيرتر يحقق أدنى قيمة لمعيار أكايكي مقارنة بباقي التوزيعات الاحتمالية، بناءً على متوسط مجموع مربعات الباقي لاحتمالات البقاء التجريبية عن المقدرة، وكذلك لاحتمالات البقاء المقدرة عن القيم الفعلية لاحتمالات البقاء لعام 2009 للذكور والإناث، لذلك يعتبر توزيع جومبيرتر حسب معيار المعلومات لأكايكي هو التوزيع الأفضل والأمثل لتقدير احتمالات البقاء في سوريا، والأقرب لاحتمالات البقاء الفعلية للذكور والإناث في سوريا، كما يتضح من الجدول (7) أن قيم معلومات شوارز أكبر من قيم معيار معلومات أكايكي لأنه يقل عدد معلمات النموذج بلوغاريتم حجم العينة في حين معيار أكايكي يضاعف فقط عدد معلمات النموذج ، لكنه أعطى نفس نتائجه من ناحية أفضلية توزيع جومبيرتر على باقي التوزيعين الاحتماليين الآخرين، فاستطاع توزيع جومبيرتر أن يحقق أقل قيم لمجموع مربعات الباقي للقيم التجريبية لاحتمالات البقاء عن المقدرة لها، والقيم المقدرة لاحتمالات البقاء عن الفعلية لها، لذلك يعتبر أيضاً توزيع جومبيرتر حسب معيار شوارز هو التوزيع الأفضل والأمثل لتقدير احتمالات البقاء الأقرب لاحتمالات البقاء الفعلية للذكور والإناث في سوريا.

## 12-4 اختبار فرضيات البحث:

تم حساب اختبار فيشر لدراسة الفرق بين تبايني كل توزيعين احتماليين وذلك بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر لكل من تباينات الباقي لاحتمالات البقاء التجريبية عن المقدرة  $\sigma^2_{S(t)}$  وتباينات الباقي لاحتمالات البقاء المقدرة عن الفعلية للذكور  $\sigma^2_{maleS(t)09}$  والإناث  $\sigma^2_{femaleS(t)09}$  ووضعنا نتائج القيم المحسوبة لاختبار فيشر في الجدول (8) التالي:

## الجدول (8) اختبار فيشر لتبايني الباقي كل توزيعين احتماليين

$F_{femaleS(t)09}$	$\sigma^2_{femaleS(t)09}$	$F_{maleS(t)09}$	$\sigma^2_{maleS(t)09}$	$F_{S(t)}$	$\sigma^2_{S(t)}$	
1.043	$\sigma^2_{log\ log}$ 0.244	1.044	$\sigma^2_{log\ log}$ 0.2196	0.994	$\sigma^2_{log\ log}$ 0.00794	التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي
1.251	$\sigma^2_{norm\ log}$ 0.234	1.298	$\sigma^2_{norm\ log}$ 0.2102	3.042	$\sigma^2_{norm\ log}$ 0.00799	التوزيع اللوجستي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتر
1.2	$\sigma^2_{gompertz}$ 0.195	1.242	$\sigma^2_{gompertz}$ 0.1692	3.0613	$\sigma^2_{gompertz}$ 0.00261	التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي والتوزيع جومبيرتر

المصدر: تم الحساب من قبل الباحث بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر لكل توزيعين احتماليين مذكورين في هذا الجدول

يلاحظ من مقارنة قيمة اختبار فيشر المحسوبة  $F_{S(t)}$  مع القيمة الجدولية  $F(99,99, 0.05) = 1.39$  أن القيمة المحسوبة الأولى أصغر من القيمة الجدولية، وبالتالي نقبل الفرضية الصفرية الأولى بعدم وجود فروق بين تبايني الباقي للتوزيعين اللوجستي اللوغاريتمي والطبيعي اللوغاريتمي ونرفض البديلة، وبلاحظ بمقارنة قيمة اختبار فيشر الثانية والثالثة المحسوبة مع نفس القيمة الجدولية أن القيمة المحسوبة الثانية والثالثة أكبر من القيمة الجدولية وبالتالي نقبل الفرضية البديلة الثانية والثالثة بوجود فروق بين تبايني الباقي للتوزيعين اللوجستي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتر وكذلك التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتر ونرفض الصفرية، وبمقارنة كل قيمة محسوبة لاختبار فيشر للذكور والإناث وكل توزيعين احتماليين تبين عدم وجود فروق بين تبايني كل توزيعين احتماليين لأن جميع القيم المحسوبة للذكور والإناث أقل من القيمة الجدولية.

من الملحوظ تطابق نتيجة اختبار فيشر للفروق بين تبايني كل توزيعين احتماليين مع قيم معياري أكايكي وشوارز فيما يخص تبايني الباقي لاحتمالات البقاء التجريبية عن المقدرة، وعدم تطابق نتيجة اختبار فيشر للفروق بين تبايني كل توزيعين احتماليين مع قيم معياري أكايكي وشوارز فيما يخص تبايني الباقي لاحتمالات البقاء المقدرة عن الفعلية، حيث أعطى أكايكي وشوارز فروق واضحة بين التوزيع اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتز وكذلك التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي وتوزيع جومبيرتز، واتفقا فقط مع اختبار فيشر الأخير من ناحية اقتراب قيمهما في التوزيعين اللوغاريتمي واللوغاريتمي، والسبب في ذلك كون كل من معياري أكايكي وشوارز يدخل في حسابه عدد معلمات النموذج وحجم العينة وتنقل لوغاريتمي تباين الباقي بحجم العينة، وهذا ما يميز معياري أكايكي وشوارز عن باقي معايير المقارنة.

### النتائج والمقررات:

نستطيع تخليص النتائج التي تم الحصول عليها من الدراسة على الشكل التالي:

- أعطت التوزيعات الاحتمالية المدروسة قدرة تفسيرية عالية عند إعداد نماذج الانحدار الخطى لدوال البقاء، بناءً على قيمة معامل التحديد المعدل، وأعطى توزيع جومبيرتز قدرة تفسيرية أعلى من التوزيعين اللوغاريتمي والطبيعي اللوغاريتمي
- أعطى توزيع جومبيرتز أقل قيمة لمجموع ومتوسط مربعات الباقي مقارنة بالتوزيعين الآخرين، حسب ما أظهرته جداول تحليل التباين لكل نموذج انحدار خطى لدوال البقاء.
- ملائمة كل من التوزيع اللوغاريتمي، التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي، وتوزيع جومبيرتز لاحتمالات البقاء المقدرة حسب نتائج اختبار كولموجروف سميرنوف.
- لا يوجد فروق بين تبايني التوزيعين اللوغاريتمي والطبيعي اللوغاريتمي، بينما يوجد فروق بين تبايني التوزيعين اللوغاريتمي وجومبيرتز وكذلك الطبيعي اللوغاريتمي وجومبيرتز حسب نتائج اختبار فيشر حسب تباينات الباقي لاحتمالات البقاء التجريبية عن احتمالات البقاء المقدرة
- لا يوجد فروق بين تبايني كل توزيعين احتماليين حسب نتائج اختبار فيشر لتباينات الباقي لاحتمالات البقاء المقدرة عن احتمالات البقاء الفعلية.
- تم اعتبار توزيع جومبيرتز حسب معياري المعلومات لأكايكي وشوارتز هو التوزيع الاحتمالي الأفضل لتقدير احتمالات البقاء والأقرب لاحتمالات البقاء الفعلية لكل من الذكور والإإناث والأكثر دقة تنبؤية وكفاءة حسب معيار معلومات أكايكي وكذلك الأكثر اتساقاً حسب معيار شوارز أو المعيار البايزى.  
وبناءً على النتائج التي تم الحصول عليها من الدراسة يمكن اقتراح ما يلى:
  - إمكانية الاستفادة من احتمالات البقاء المقدرة عن طريق توزيع جومبيرتز في بناء جداول الحياة في سوريا.
  - إمكانية الاستفادة من تقدير قيمتي معلمتي توزيع جومبيرتز في حساب احتمالات الوفاة بأنواعها باستخدام دوال الوفاة لنفس التوزيع، وتقدير متوسط العمر المتوقع للفئات العمرية.
  - إمكانية الاستفادة من منهجه البحث المتبع في تقدير احتمالات البقاء للسكان من قبل المكتب المركزي للإحصاء، ليكون هناك بيانات مقدرة وأقرب ما تكون للواقع عن أعداد المواليد وأعداد الوفيات وخاصة عند تعذر الوصول إلى بيانات حقيقة لفترات زمنية قصيرة، وضرورة توفير هذه البيانات في كل عام.

### معلومات التمويل :

هذا البحث ممول من جامعة دمشق وفق رقم التمويل (501100020595).

## المراجع (References)

- 1- الباقر، زينب. (2017). تقدیر دالة المعلولية لتوزیع بواسون مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير، قسم الإحصاء، جامعة كربلاء، العراق
- 2- التجي، معن، (2014). إيجاد أقل مخاطر ممكنة في نموذج انحدار كوكس. رسالة دكتوراه. قسم الإحصاء الرياضي كلية العلوم، جامعة حلب، سوريا
- 3- حسن، محمد؛ إبراهيم، وليد؛ عبد اللطيف، عفرا؛ سيد أحمد، إبراهيم، (2022). استخدام نموذج التحليل الطيفي للتبؤ بالتطبيق على بيانات الكمية المنتجة من الأقمشة لشركة سور بمصنع النسيج بمدينة شندي. مجلة العلوم الإنسانية والطبيعية، المجلد (3)، العدد (1).
- 4- حموي، نادر، (2018) "استخدام معياري المعلومات أكاييك (AIC) وشوارتز (SIC) في المفاضلة بين نماذج النمو غير الخطية لأنواع السمية المختلفة" مجلة جامعة البعث، المجلد 40، العدد 3.
- 5- سعيد، شروق؛ مجلبي، أحمد، (2017). تقدیر دالة المخاطرة لنموذج احتمالي مركب دراسة تطبيقية لعينة من وفيات مرضى سرطان الثدي في محافظة ذي قار. قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء، العراق
- 6- عبد الرحمن، ياسمين، البياتي، محمد، العلاق، مهدي (2014). استخدام دالة البقاء لتوزيع Weibull لبناء جداول الحياة الذاتية بالاعتماد على توقعات الفرد الذاتية. مجلة الفادسية للعلوم الإدارية والاقتصادية، المجلد 16، العدد 2، 229-220
- 7- محول، مطانيوس، غانم، عدنان. (2011). فعالية استخدام توزيع وايبل الاحتمالي في التنبؤ. مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية، المجلد (27)، العدد (4)، 119-138.

**المراجع الأجنبية:**

- 1- Aho,K, Derryberry. D.W, Peterson.(2014). *Model selection for ecologists: the worldviews of AIC and BIC*. Ecological Society of America. 95(3):631-636
- 2- Breiman, L. 2001. *Statistical modeling. the two cultures* Statistical Science 16(3):199-215.
- 3- Calot.G, Sardon.J-P.(2004).*Methodology for the Calculation of Eurostat's demographic indicators*. European Communications, Luxerbourg,ISBN 92-894-7076-3,ISSN 1725-065X
- 4- Ekawati.D, Warsono, Kurniasari.D.(2014). *on the moments,Cumulants, and Characteristic Function of the Log-Logistic Distribution*. IPTEK, the journal for Technology and Science. 25(3): 78-82
- 5- Gayawan,E. Ipinyomi,R.A. (2009). *A Comparison of Akaike, Schwarz and R Square Criteria for Model Selection Using Some Fertility Models*. Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 3(4):3524-3530, ISSN 1991-8178.
- 6- Johnson,R. Kuby,P. (2014). *Elementary Statistics*. Brooks/Cole Cengage Learning,11<sup>th</sup> edition, International, ISBN-13:978-0-840-05878-2, www.cengage.com/permissions.
- 7- Keiding, N. (2000). *Mortality measurement in the 1870s: diagrams, stereograms, and the basic differential equation*. Department of Biostatistics, University of Copenhagen, Denmark.
- 8- Lenart, Adam. (2014). *The moments of the Gompertz distribution and maximum likelihood estimation of its parameters*, Scandinavian Actuarial Journal,2014(3):255-277
- 9- Moala, Fernando A; Dey, Sanku.(2018). *Objective and subjective prior distributions for the Gompertz distribution*, Annals of the Brazilian Academy of Sciences, 90(3):2643-266
- 10- O'Connor, Andrew N; Modarres, Mohammad; Mosleh, Ali, (2016), *Probability Distributions in Reliability Engineering*, Center for Risk and Reliability, 0151 Glenn L Martin Hall, University of Maryland, College Park, Maryland, USA.
- 11- Al-shomrani, A. &others. (2016). *Log-Logistic distribution for survival data analysis using MCMC*, Department of Statistics, Faculty of Science.
- 12- Song,H.S. Kwon,S-D. (2014). *A Comparison of Akaike, Schwarz and R Square Criteria for Model Selection Using Some Fertility Models*, the 2014 World Congress on Advances in Civil, Environment, and Material Research(ACEM14), Busan, Korea.
- 13- Venables, W. N. and Ripley, B. D. (2002). *Modern Applied Statistics with S*. New York: Springer (4th ed)
- 14- Yang, Y. 2005. *Can the strengths of AIC and BIC be shared? A conflict between model identification and regression estimation*. Biometrika 92(4):937-950
- 15- <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35g.htm>,13/12/22,3Pm
- 16- <http://www.itu.int/ITU-R/go/patents/en>, 6/1/2023,3:15Pm
- 17- [https://src.alionscience.com/pdf/K\\_STest.pdf](https://src.alionscience.com/pdf/K_STest.pdf) ,1/12/22,11:12Am
- 18- <https://www.populationpyramidPyramid.net/Syrian-arab-republic> , 20/3/2023,10:45Am