

دراسة تأثير التفاعلات المتبادلة بين الغليونات من المرتبة g^3 على معادلة الحالة لبلازما كوارك - غليون

علي بشير عباس* د. محمود أحمد** د. نجاح قبلان*

الملخص

درس في هذا العمل تأثير التفاعلات المتبادلة بين الغليونات بتابعة ثابت الترابط من المرتبة (g^3) على معادلة الحالة لبلازما كوارك - غليون وعلى بعض المقادير الترموديناميكية الأخرى مثل السعة الحرارية، والأنتروبية للبلازما ومقارنتها مع تأثير التفاعلات من المرتبة (g^2) ؛ إذ درست هذه المقادير بوصفها تابعا لدرجة الحرارة ولقوة الترابط (ثابت الترابط)، وذلك بفرض أن البلازما تتكون من نوعين فقط من الكواركات (الكوارك العلوي - الكوارك السفلي) عديمة الكتلة وذات تأثير متبادل فيما بينها. تبين لنا أن البلازما حتى عند درجات الحرارة العالية تظهر سلوكا مختلفا عن الغاز المثالي، ويمكن تفسير ذلك نتيجة لبقاء وجود الترابط بين مكوناتها، ولو على درجة ضعيفة، عند هذا الحد من الدرجات. أما بالنسبة للسعة الحرارية للبلازما في الحالة العامة تكون تابعا متزايدا لدرجة الحرارة، إلا أنه من أجل قيم مختلفة لرتب التفاعل وثابت الترابط تصيح هذه التابعة

* طالب دكتوراه - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

** أستاذ في قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

مختلفة عن ما كانت عليه، في حين وجد أن التأثيرات المتبادلة بين الغليونات من المرتبة (g^3) تسبب تزايد في أنتروبية البلازما على عكس التأثيرات من المرتبة (g^2) التي تتسبب في تناقص أنتروبية البلازما.

الكلمات المفتاحية: معادلة الحالة لبلازما كوارك - غليون، السعة الحرارية لبلازما كوارك - غليون، التفاعلات بين الغليونات، نموذج الحجرة، ديناميك النكهة اللونية.

Study of the effect of gluons interaction to order g^3 on the equation of state of quark – gluons plasma

Ali B. Abbas* Dr. M. Ahmad** Dr. N. Kabalan**

Abstract

In this work we have studied the effect of exchange interactions between the gluons from order of coupling constant (g^3) on the equation of state of quark – gluon plasma, and on some thermodynamic quantities like, heat capacity, entropy and compare this effect with the effect of interaction from order (g^2) where they have been studied as function of temperature and coupling constant. We assumed that, the plasma composed of just two massless quarks (the up and down quark) which exchange interaction.

We have found that even at high temperature the plasma shows a different manner of ideal gas, which maybe because of the residual interactions between the particles even at this stage of temperature. the heat capacity as known increase by increasing the temperature, but this increasing affected when we insert different order of coupling constant. Also it had been found that, the interactions between the gluons from order (g^3) increase the entropy of the plasma as opposite effect of the order (g^2) which decrease the entropy.

Key words: the equation of state of QGP, heat capacity of QGP plasma, gluons interactions, MIT bag model, Quantum chromodynamics.

*Postgraduate Student (phd) , theoretical Physics, Department of Physics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

**Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

المقدمة:

تعد دراسة الخصائص الترموديناميكية للمادة النووية عند درجات الحرارة والكثافات الباريونية العالية جدا من أهم الدراسات النظرية والتجريبية التي تجرى حول العالم؛ إذ تعتبر نظرية التحريك الكمي اللوني (quantum chromo dynamic) إضافة إلى نظرية النموذج المعياري (standard model) أهم نظريتين تحكمان الخصائص الديناميكية والترموديناميكية للجسيمات التي تنتج عن تحلل الهادرونات (البروتونات والنترونات) التي تعرف بالكواركات والغليونات. عندما يكون التأثير المتبادل فيما بينها ضعيفا تكون هذه الجسيمات في طور يطلق عليه اسم بلازما كوارك - غليون (QGP) [1-2]. تتوقع العديد من النماذج التقريبية والمحاكاة الحاسوبية لميكانيك النكهة اللونية أن تتحلل الهادرونات إلى بلازما كوارك - غليون عند كثافات طاقة من رتبة $(1 - 5) GeV/fm^3$ ؛ $\epsilon \gtrsim$ ؛ إذ تعد دراسة الخصائص الديناميكية والترموديناميكية لهذا الطور من المادة وحسابه من التحديات الكبيرة التي تواجه العلماء حول العالم، ولاسيما في مخرين أساسيين هما مصادم الهادرونات الكبير في (CERN) الذي يولد طاقات من رتبة $(0.5 - 5.5) TeV/c^2$ لكل نكليون، وكذلك الأمر في مصادم الأيونات الثقيلة فوق النسبي في الولايات المتحدة الأمريكية الذي يولد طاقات من رتبة $E \gtrsim (9 - 200) GeV/c^2$ لكل نكليون؛ إذ يسعى العلماء للحصول على معلومات دقيقة حول الأطوار المختلفة التي تمر بها الكواركات والغليونات للوصول إلى طور بلازما كوارك - غليون، وذلك عند درجات الحرارة العالية والكثافات الباريونية المنخفضة من أجل الحصول على محاكاة تقريبية لآلية تشكل الكون ومعرفة أهم الجسيمات الأولية التي شكلت هذا الكون [3-4].

تعود الفكرة القائلة بأن الكواركات والغليونات تتبادل التأثير فيما بينها تبادلا ضعيفا من أجل درجات الحرارة العالية أو الدفع المتبادلة الكبيرة إلى خاصية أساسية من خصائص الـ (QCD)، تعرف باسم الحرية المقاربة (asymptotic freedom)؛ إذ تبين هذه الخاصية أن ثابت الترابط بين الكواركات والغليونات، الذي يعبر عن قوة التفاعل بين هذه الجسيمات،

تتناقص قيمته بازياد كل من درجات الحرارة أو الاندفاع المتبادل [5-6]. استنادا إلى خاصية الحرية المقاربة، توجد طريقتان للحصول على بلازما كوارك - غليون الأولى: عند درجات الحرارة العالية، وذلك بفرض أن الكواركات والغليونات جسيمات عديمة الكتلة وعديمة التأثير فيما بينها، حيث تكون الكثافة الباريونية (الكمون الكيميائي) مهملة تبين أن درجة الحرارة الحرجة التي تتحلل عندها الهادرونات إلى بلازما (QGP) هي $T_c = 140\text{Mev}$ [7]. إلا أن بعض الحسابات باستخدام طريقة الشبكة (Lattice)، التي تعتمد الطرق الحاسوبية لحساب تابع التوزيع للبلازما، بينت أن هذه الدرجة تساوي تقريبا $T_c \cong 170\text{Mev}$ [8]. أما الطريقة الثانية: في حالة الكثافات الباريونية العالية ودرجات الحرارة المنخفضة جدا، فإن الكثافة الباريونية الحرجة التي تتحلل عندها الهادرونات إلى بلازما (QGP) تبين أنها تساوي إلى $n_B \cong 0.7\text{fm}^{-3}$ [7]، أي أنها أكبر بنحو أربع مرات من الكثافة الباريونية للمادة النووية التجريبية. استنادا إلى ما سبق يمكننا أن نشاهد بلازما (QGP) في مكانين في الطبيعة: الأول عند بدء الكون بعيد الانفجار العظيم بحدود (10^{-4}s)، أما الثاني فهو في مراكز النجوم الثقيلة مثل النجوم النيوترونية والنجوم الكواركية. إلا أنه تبين تجريبيا أننا نستطيع توليد هذه البلازما، أيضا، بواسطة استخدام مصادمات الأيونات الثقيلة [9]. تم دراسة الخصائص الترموديناميكية لبلازما (QGP) باستخدام الطريقة نفسها، وذلك بفرض أن الكواركات تتبادل التأثير فيما بينها بواسطة غليون واحد؛ إذ استخدمت نظرية سائل فيرمي لحساب طاقة التفاعل ما بين الكواركات، وذلك في حالة تبادل غليون واحد [10].

تعد دراسة معادلة الحالة للبلازما من أهم الخصائص الترموديناميكية للبلازما التي تمكننا من معرفة سلوك البلازما عند درجات وكثافات باريونية مختلفة، كما تمكننا دراسة معادلة الحالة من تحديد النقاط الحرجة التي تحدث عندها التحولات الطورية في البلازما. ويعد التحول من الطور الهادروني إلى طور البلازما أهم هذه التحولات، كذلك الأمر، تعد السعة الحرارية عند حجم ثابت من الخصائص الترموديناميكية الهامة للبلازما التي تعرف بأنها كمية

الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة البلازما درجة مئوية واحدة [11]، درس كل من السعة الحرارية والأنتروبية والضغط للبلازما عند درجات الحرارة والكثافات الباريونية المحدودة بفرض أن البلازما مكونة من كواركات مستقطبة وعديمة الكتلة تتبادل التأثير فيما بينها حتى المرتبة الثالثة بتابعية ثابت الترابط ولكن بفرض أن الغليونات لا تتبادل التأثير فيما بينها أي أنها جسيمات حرة [12]؛ إذ تم التعامل مع الغليونات على أنها جسيمات عديمة الكتلة ولا تتبادل التأثير فيما بينها وذلك لسهولة الدراسة. إلا أنه من المعلوم أن من أهم نقاط الاختلاف بين القوى الكهرومغناطيسية والقوى النووية الشديدة أن وسطاء التفاعل في الأخيرة (الغليونات) تتفاعل فيما بينها [13]، في حين لا تتبادل هذه الوسطاء (الفوتونات) في الأولى التأثير فيما بينها ولذلك سوف يكون من المهم إعادة دراسة بعض المقادير الترموديناميكية للبلازما ولكن بعد الأخذ بعين الاعتبار أن الغليونات في البلازما تتفاعل فيما بينها؛ إذ من المتوقع أن تتسبب هذه التفاعلات بين الغليونات بتغيرات في الخصائص الترموديناميكية للبلازما، لذلك قمنا في هذا العمل بدراسة تأثير طاقة التفاعل بين الغليونات بتابعية ثابت الترابط من المرتبة (g^2) ومقارنتها مع تأثير المرتبة (g^3) بالنسبة لمعادلة الحالة للبلازما ولكل من السعة الحرارية والأنتروبية للبلازما، وذلك عند درجات الحرارة والكثافات الباريونية المحدودة.

تمت هذه الدراسة وفق المراحل الآتية: تم في المرحلة الأولى عرض نتائج المرجع [7] للحصول على الطاقة في الحالة الحرة للبلازما ولكن في حالة الكمون الكيميائي غير المعلوم للكواركات. في المرحلة الثانية عملنا على عرض حساب طاقة التأثير المتبادل بين الكواركات باستخدام نظرية سائل فيرمي، في حين خصصت المرحلة الثالثة لدراسة تأثير تفاعل الغليونات على معادلة الحالة وعلى كل من السعة الحرارية والأنتروبية، وأخيرا تم عرض ومناقشة النتائج التي تم التوصل إليها في هذا الدراسة مع نتائج المراجع السابقة المتوفرة لدينا.

طرائق البحث ومواده:

الحالة الحرة:

بفرض أن بلازما كوارك - غليون مؤلفة من غاز مثالي من الكواركات والغليونات لا تتبادل التأثير فيما بينها، عندئذ يمكننا كتابة تابع التحاص (التجزئة) لهذه الجملة وفق الصيغة الآتية: [14]

$$\ln Z = \pm V \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \ln(1 \pm e^{\beta(\varepsilon-\mu)}) \quad (1.1)$$

حيث أن $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ، ثابت بولتزمان، T درجة الحرارة، ε : طاقة الجسيم و μ : الكمون الكيميائي. (+) للفيرميونات و (-) للبوزونات، يمكننا حساب طاقة التفاعل ما بين الغليونات بفرض أنها جسيمات حرة مهملة الكتلة انطلاقاً من العلاقة الآتية [15]:

$$\mathcal{E}_g = \int \varepsilon_g n_p \mathcal{G}_g \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \quad (2.1)$$

\mathcal{G}_g : عامل التحلل للغليونات ويساوي إلى $2 \times 8 = 16$ ، \mathcal{G}_g : (8) درجات الحرية اللونية للغليونات، 2: درجتى الحرية لل helicity نتيجة انعدام كتلة الغليون، في حين تمثل ε_g طاقة الغليون الواحد وتعطى بالعلاقة $\varepsilon_g = \sqrt{p^2 + m^2}$ و تنتهى إلى (p) من أجل $m \rightarrow 0$ و n_p : تابع توزيع بوزة - أينشتاين للغليونات ويعطى بالعلاقة الآتية:

$$n_p = \frac{1}{e^{p/T} - 1} ; \mu_g = 0$$

بتعويض العلاقات السابقة في المعادلة (2.1) نحصل على:

$$\mathcal{E}_g = \mathcal{G}_g \int \frac{4\pi p^3}{e^{p/T} - 1} \frac{dp}{(8\pi^3)} = \frac{\mathcal{G}_g}{2\pi^2} \int \frac{p^3 dp}{e^{p/T} - 1}$$

بإجراء تغير للمتحول في التكامل السابق كما يأتي:

$$\frac{p}{T} = X \Rightarrow p = T.X ; dp = T.dX$$

ومنه نحصل على:

$$\mathcal{E}_g = \frac{g_g T^4}{2\pi^2} \int \frac{X^3 dX}{e^X - 1}$$

يعد هذا التكامل من التكاملات المعروفة في الفيزياء الإحصائية [15]، وهو يساوي إلى $\left(\frac{\pi^4}{15}\right)$ وبالتالي تصبح طاقة الغليونات في الحالة الحرة معطاة بالصيغة الآتية:

$$\mathcal{E}_g = 16 \left(\frac{\pi^2}{30}\right) T^4 \quad (3.1)$$

وبما أن الجملة تعد جملة نسبوية بامتياز (ultrarelativistic) (كتل جسيمات الجملة مهملة) يمكننا الاستفادة من العلاقة التي تربط ضغط الجملة وطاقة هذه الجملة كما يأتي:

$$P_g = \frac{1}{3} \mathcal{E}_g = 16 \left(\frac{\pi^2}{90}\right) T^4 \quad (4.1)$$

إن العلاقتين (3.1) و (4.1) تمثلان قوانين ستيفان-بولتزمان في الإشعاع مع درجات حرية قدرها في هذه الحالة g_g . أما بالنسبة للكواركات يمكننا حساب طاقتها مفترضين أنها جسيمات عديمة الكتلة ولا تتبادل التأثير فيما بينها، وذلك من أجل درجات الحرارة العالية جدا بحيث $m_q \ll T$. في هذه الحالة يجب أن نأخذ بعين الاعتبار تواجد أزداد الكواركات (\bar{q}) في الجملة نتيجة عملية بناء الزوج $(q\bar{q})$ وفنائه عندئذ يمكننا حساب الكثافة العددية للكواركات في الجملة من العلاقة الآتية:

$$N_q = \sum_{\varepsilon > 0} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

بما أن عدد أزداد الكواركات يساوي واحد منقوص من عدد الكواركات مع طاقة سالبة نكتب:

$$N_{\bar{q}} = \sum_{\varepsilon < 0} \left(1 - \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}\right) = \sum_{\varepsilon > 0} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon + \mu)} + 1}$$

وبالتالي يمكننا اعتبار كل من الكواركات وأزدادها عبارة عن جملتين فيرميونيتين مستقلتين عن بعضهما بعضا مع طاقة موجبة ولكن بكمون كيميائي مختلف:

$$m_{q,\bar{q}} \rightarrow 0 \quad , \quad \mu_q = -\mu_{\bar{q}} = \mu$$

يصبح تابع التوزيع للكواركات وفق الصيغة الآتية:

$$\ln Z = g_q \sum_p [\ln(1 + e^{-\beta(p-\mu)}) + \ln(1 + e^{-\beta(p+\mu)})] \quad (5.1)$$

حيث g_q : يمثل عامل التحلل للكواركات ويساوي إلى $6 = 3 \times 2 = 6$ درجتي حرية للسببين وثلاث درجات حرية لكون الكواركات ملونة، وذلك دون الأخذ بعين الاعتبار عامل النكهة للكواركات، تصبح العلاقة (5.1) بعد إجراء عملية تحويل المجموع إلى تكامل على الفراغ الطوري وفق الصيغة الآتية:

$$\ln Z = \frac{g_q 4\pi V}{h^3 c^3} \int d^3 p [\ln(1 + e^{-\beta(p-\mu)}) + \ln(1 + e^{-\beta(p+\mu)})]$$

بإجراء عملية المكاملة بالتجزئة نحصل على:

$$\ln Z = \frac{g_q 4\pi V}{h^3 c^3} \left(\frac{\beta}{3}\right) \int 4\pi p^3 dp \left[\frac{1}{e^{\beta(p-\mu)} + 1} + \frac{1}{e^{-\beta(p+\mu)} + 1} \right]$$

ومن ثم عملية تغير في المتحول في التكامل السابق كما يأتي:

$$X = (p - \mu)\beta, Y = (p + \mu)\beta \Rightarrow p = XT + \mu, p = YT - \mu$$

ليصبح هذا التكامل وفق الصيغة الآتية:

$$\ln Z_q = \frac{g_q 4\pi V}{h^3 c^3} \left(\frac{\beta}{3}\right) \left[\int_0^\infty dX \frac{(X + \beta\mu)^3}{e^X + 1} + \int_0^\infty dY \frac{(Y - \beta\mu)^3}{e^Y + 1} + \int_{-\beta\mu}^0 dX \frac{(X + \beta\mu)^3}{e^X + 1} - \int_0^{\beta\mu} dY \frac{(Y - \beta\mu)^3}{e^Y + 1} \right]$$

إذا ما استبدلنا $(Y = -X)$ وبعد ذلك رمزنا لـ $(Z = X + \beta\mu)$ تصبح العلاقة السابقة وفق الصيغة الآتية:

$$\ln Z_q = \frac{g_q V}{6\pi^2 h^3 c^3} \beta^{-3} \left[\int_0^\infty dX \frac{2X^3 + 6X(\beta\mu)^2}{e^X + 1} + \int_0^{\beta\mu} Z^3 dZ \right]$$

وبالاستفادة من قيم التكاملات الشهيرة الآتية [15]:

$$\int_0^{\infty} \frac{X^3}{e^X + 1} dX = \frac{7\pi^4}{120}, \int_0^{\infty} \frac{X}{e^X + 1} dX = \frac{\pi^2}{12}$$

يصبح تابع التوزع للكواركات معطى بالعلاقة الآتية:

$$\ln Z_q = \frac{2g_q V}{6\pi^2 \hbar^3 c^3} (k_\beta T^3) \left[\frac{7\pi^4}{60} + \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{\mu}{k_\beta T} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{k_\beta T} \right)^4 \right]$$

وبالتالي يصبح ضغط الكواركات في جملة الوحدات الطبيعية ($\hbar = c = k_\beta = 1$) وفق الصيغة الآتية:

$$P_q(\mu, T) = \frac{\partial Z_q}{\partial V} = T \frac{\partial \ln Z_q}{\partial V} = T \frac{\ln Z_q}{V} = \left[\frac{7\pi^2 T^4}{30} + (\mu T)^2 + \frac{1}{2\pi^2} (\mu)^4 \right] \quad (6.1)$$

الآن لنأخذ بعين الاعتبار فرضيات نموذج الحجرة لتفسير بقاء الكواركات والغليونات داخل الهادرونات [16] وفقا لهذا النموذج يمكننا تصور السوية الأرضية للهادرونات بأنها متناظرة كرويا، وبالتالي فإن الكواركات سوف تكون محصورة ضمن كرات ذات أنصاف أقطار محدودة؛ إذ إن نموذج الهادرونات يفترض أن الجسيمات الممثلة بالحقول تكون محصورة ضمن منطقة محددة من الفراغ تعرف باسم الحجرة (bag) [17] تمكنا من وصف طور لـ QCD؛ إذ يفسر عندئذ خاصتان أساسيتان لميكانيك النكهة اللونية، وهما: الحصر والحرية المقاربة بشكل مبسط وفق الآتي: داخل الحجرة التفاعلات المتبادلة بين الكواركات فيما بينها من جهة وما بين الغليونات من جهة أخرى يتم التعامل معها باستخدام أخفض الرتب لنظرية الاضطراب، في حين تكون هذه الجسيمات خارج الحجرة محرمة الوجود!! والصفة الأخيرة يمكننا إضافتها بافتراض أن هنالك طاقة للخلاء تطبق على الحجرة، وبالتالي تصبح طاقة الهادرون في طور الحصر وفق الصيغة الآتية [18]:

$$E_h = BV + \frac{C}{R_h} \quad (7.1)$$

يمثل الحد الأول من اليسار في الطرف الثاني الطاقة المرتبطة بحجم الحجرة، و يتعلق بالكثافة الطاقية للخلاء، في حين يرتبط الحد الثاني بالطاقة الحركية للكواركات داخل

الحجرة، ويتناسب مع مقلوب نصف قطر الحجرة، وذلك وفقا لمبدأ عدم التعيين في ميكانيك الكم. ويمثل B ثابت الحجرة، و يمكن افتراضه مقدارا ثابتا، وهذا ما اتبع في هذه الدراسة؛ إذ افترضنا في البداية أن قيمته [19] . $(B = 0.208 \text{ GeV} \cdot \text{fm}^{-3})$. باشتقاق العلاقة السابقة بالنسبة لنصف القطر، ومن ثم جعلنا هذا المشتق مساويا للصفر من أجل الحصول على نصف قطر الحجرة وفق الآتي:

$$\frac{\partial E_h}{\partial R_h} = 4\pi R_h^2 B - \frac{C}{R_h^2} \quad (8.1)$$

وهذه المعادلة تفضي إلى:

$$R_h = \left(\frac{C}{4\pi B} \right)^{1/4} \quad (9.1)$$

باستخدام العلاقة (8.1) نستطيع التعبير عن القوة في واحدة المساحة، و تمثل الضغط القطري المطبق على سطح الحجرة وفق الصيغة الآتية:

$$P = - \left(\frac{\partial E_h}{\partial R_h} \right) = -B + \frac{C}{4\pi R_h^4} \quad (10.1)$$

من أجل الحجرة الساكنة فإن الضغط القطري على الحجرة يتناهي إلى الصفر، وبالتالي فإن ثابت الحجرة يصبح بمثابة قوة إرجاع تعمل على موازنة الضغط الناتج عن الطاقة الحركية داخل الحجرة. وبما أن نموذج الحجرة قد استخدم لدراسة الخصائص الديناميكية والترموديناميكية لبلازما كوارك - غليون ليس فقط داخل الهادرونات، إنما، أيضا، من أجل أي حالة للبلازما محصورة ضمن منطقة محددة من الفراغ، وبالتالي في دراستنا هذه سنفترض أن البلازما ككل محصورة ضمن حجرة كبيرة، وبالتالي فإن الإزاحة في السوية الأرضية من الخلاء الفيزيائي إلى خلاء QCD سوف يتمثل بإضافة الحد:

$$Z_{vac} = e^{-(BV/T)} \Rightarrow (\ln Z)_{vac} = -\frac{BV}{T} \Leftrightarrow \varepsilon_{vac} = B \quad (11.1)$$

بإضافة العلاقة (11.1) إلى العلاقة (6.1) يصبح لدينا كل من ضغط البلازما والكثافة الطاقية لهذه البلازما في نموذج الحجرة وفق الصيغ الآتية:

$$P_{QGP}(\mu, T) = \left[\frac{37\pi^2 T^4}{90} + (\mu T)^2 + \frac{1}{2\pi^2} (\mu)^4 \right] - B \quad (12.1)$$

$$\varepsilon_{QGP}(\mu, T) = \left[\frac{37\pi^2 T^4}{30} + 3(\mu T)^2 + \frac{3}{2\pi^2} (\mu)^4 \right] + B \quad (13.1)$$

من أجل الحصول على مختلف التوابع الترموديناميكية للبلازما نحتاج لحساب الكمون الترموديناميكي لها، من أجل ذلك لدينا أولاً من القانون الأول في الترموديناميك:

$$dE = Tds - PdV + \mu dN \quad (14.1)$$

هذا القانون يظهر لنا أن الطاقة تابع ترموديناميكي لكل من الأنتروبية والحجم وكذلك الأمر لتعداد الجسيمات، في الحالة التي يكون فيها عدد الجسيمات متغير عندئذ من المناسب استخدام الكمون الكيميائي بدلاً من تعداد الجسيمات، عندئذ التغير في المتحولات يمكن الحصول عليه باستخدام تحويلات ليجندر بحيث نكتب الكمون الترموديناميكي وفق الصيغة الآتية:

$$V\Omega(V, T, \mu) = E - TS - \mu N \quad (15.1)$$

بأخذ تفاضل العلاقة (15.1) والاستفادة من العلاقة (14.1) يمكننا الحصول على الصيغة الآتية لتفاضل الكمون الترموديناميكي:

$$d\Omega = -SdT - PdV - Nd\mu \quad (16.1)$$

من أهم العلاقات الترموديناميكية تلك التي تربط الكمون الترموديناميكي بتابع التوزيع (التجزئة) والتي تعطى بالصيغة الآتية:

$$\Omega(T, \mu) = -\frac{T \ln Z}{V} = -P(T, \mu) \quad (17.1)$$

ومن العلاقة (17.1) نحصل على جميع المقادير التي نريد حسابها من أنتروبية وسعة حرارية وفق الآتي:

$$S(T, \mu) = \frac{\partial P(\mu, T)}{\partial T} ; C_V(T, \mu) = \frac{\partial \varepsilon(\mu, T)}{\partial T} \quad (18.1)$$

باستخدام العلاقات الترموديناميكية أعلاه يمكن أيضا حساب كل من السعة الحرارية والأنتروبية لبلازما كوارك - غليون في الحالة الحرة لمكونات البلازما وفق الآتي:

$$C_V(\text{free}) = \left(\frac{\partial \varepsilon(\mu, T)}{\partial T} \right)_V = \frac{148\pi^2 T^3}{30} + 6\mu^2 T \quad (19.1)$$

بالنسبة للأنتروبية يمكن حسابها وفق الصيغة التالية:

$$S(\text{free}) = \left(\frac{\partial P(\mu, T)}{\partial T} \right) = \frac{148\pi^2 T^3}{90} + 2\mu^2 T \quad (20.1)$$

للتعبير عن المقادير الترموديناميكية بوصفها تابعا للكثافة الباريونية (n_b) يجب أخذ الكمون الكيميائي بوصفه تابعا لدرجة الحرارة والكثافة الباريونية من اجل ذلك نحسب أولا الكثافة

الباريونية (حيث أن العدد الباريوني للكوارك هو 3) وفق الآتي: [10]

$$n_b(\mu, T) = \frac{1}{3} n_q = \frac{\partial P_q(\mu, T)}{3\partial \mu} = \frac{2}{3\pi^2} [\mu^3 + \mu(\pi T)^2] \quad (21.1)$$

ويحل هذه المعادلة من أجل $\mu(n, T)$ نحصل على العلاقة:

$$\mu(n, T) = \left(\frac{3\pi^2}{4} n_b + \sqrt{\frac{9\pi^4}{16} n_b^2 + \frac{\pi^6 T^6}{27}} \right)^{1/3} + \left(\frac{3\pi^2}{4} n_b - \sqrt{\frac{9\pi^4}{16} n_b^2 + \frac{\pi^6 T^6}{27}} \right)^{1/3} \quad (22.1)$$

حالة التأثيرات المتبادلة بين مكونات البلازما:

في المرحلة السابقة حسبت المقادير الترموديناميكية للبلازما بفرض أن جسيماتها لا تتبادل التأثير فيما بينها؛ إذ تم التعامل مع الغليونات على أنها جسيمات لا تتبادل التأثير فيما بينها وذلك في المرجع [7]؛ أي أن طاقة هذه الغليونات تبقى نفسها المحسوبة في العلاقة (11.1). أما بالنسبة للكواركات وطالما أن مجال الطاقات المفروض فوق نسبي ($m \ll T$)

فقد تم التعامل معها على أنها جسيمات عديمة الكتلة وتتبادل التأثير فيما بينها من خلال تبادل غليون واحد؛ إذ حسبت الطاقة الكامنة للتفاعل ما بين الكواركات باستخدام نظرية سائل فيرمي ومخططات فاينمان؛ إذ يمكن انطلاقاً من نظرية سائل فيرمي كتابة طاقة هذه الكواركات وفق الآتي [21]:

$$\mathcal{E}_q = \mathcal{E}_{kin} + \mathcal{E}_{pot} \quad (2.1)$$

حيث أن كل من \mathcal{E}_{kin} و \mathcal{E}_{pot} تمثل الطاقة الكامنة والحركية للكواركات، وهي تحسب من العلاقات الآتية:

$$\mathcal{E}_{kin} = \int \varepsilon_p n_p \frac{g_q d^3p}{(2\pi)^3} \quad (2.2)$$

$$\mathcal{E}_{pot} = \frac{1}{2} \int f_{p,k}^{unpol} n_p n_k \frac{g_q d^3p}{(2\pi)^3} \frac{g_q d^3k}{(2\pi)^3} \quad (2.3)$$

ε_p : تمثل طاقة الكوارك الواحد، $f_{p,k}^{unpol}$: تابع التأثير المتبادل بين الكواركات (تابع لاندوا) في حالة عدم الاستقطاب، وهو يتناسب مع سعة التبعثر بين الكواركين $\mathcal{M}_{p\sigma,p'\sigma}$ ، n_p يمثل تابع توزع فيرمي - ديراك. تم حساب التكامل في العلاقة (2.3) والحصول على الطاقة الكامنة لجملة من الكواركات وفق الصيغة الآتية [10]:

$$\mathcal{E}_{pot} = \frac{\alpha_c T^4}{\pi^3} \left[\frac{\pi^4}{9} + \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{\mu}{T} \right)^2 + \left(\frac{\mu}{T} \right)^4 \right] \quad (2.4)$$

وبالتالي تصبح الكثافة الطاقية الكلية لجملة الكواركات في هذه الحالة وفق الصيغة الآتية:

$$\mathcal{E}_q(inter) = \mathcal{E}_{kin} + \mathcal{E}_{pot} = \frac{\alpha_c T^4}{\pi^3} \left[\frac{\pi^4}{9} + \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{\mu}{T} \right)^2 + \left(\frac{\mu}{T} \right)^4 \right] + \left[\frac{21\pi^4 T^4}{30} + 3(\mu T)^2 + \frac{3}{2\pi^2} (\mu)^4 + B \right] \quad (2.5)$$

بإضافة طاقة الغليونات في الحالة الحرة إلى العلاقة (2.5) تصبح الكثافة الطاقية الكلية لبلازما كوارك - غليون بعد الأخذ بعين الاعتبار طاقة التفاعل المتبادل ما بين الكواركات؛ إذ أخذ بعين الاعتبار فقط تأثير خلاء الكواركات ضمن الثابت B وفق الصيغة الآتية:

$$\varepsilon_{QGP} = \varepsilon_q(inte) + \varepsilon_g(Free) + B$$

$$= \frac{\alpha_c}{\pi^3} \left[\frac{\pi^4 T^4}{9} + \frac{2\pi^2}{3} \mu^2 T^2 + \mu^4 \right] + \left[\frac{37\pi^4 T^4}{30} + 3(\mu T)^2 + \frac{3}{2\pi^2} (\mu)^4 + B \right] \quad (2.6)$$

تصبح المقادير الترموديناميكية الثلاثة على التوالي في هذه الحالة وفق الآتي:

$$P_{QGP} = \frac{\alpha_c T^4}{\pi^3} \left[\frac{\pi^4}{27} + \frac{2\pi^2}{9} \left(\frac{\mu}{T}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu}{T}\right)^4 \right] + \left[\frac{37\pi^4 T^4}{90} + (\mu T)^2 + \frac{1}{2\pi^2} (\mu)^4 + B \right] \quad (2.7)$$

$$C_V(intre) = \frac{148\pi^4 T^3}{30} + 6\mu^2 T + \frac{\alpha_c}{\pi^3} \left(\frac{4\pi^4 T^3}{9} + \frac{4\pi^2}{3} \mu^2 T \right) \quad (2.8)$$

$$S(intre) = \frac{148\pi^4 T^3}{90} + 2\mu^2 T + \frac{\alpha_c}{3\pi^3} \left(\frac{4\pi^4 T^3}{9} + \frac{4\pi^2}{3} \mu^2 T \right) \quad (2.9)$$

التغير الناتج في الكثافة الباريونية نتيجة لهذه التأثيرات يمكن حسابه من العلاقة (2.7) :

$$n_b(\mu, T) = \frac{\partial P(\mu, T)}{\partial \mu} = \frac{2}{3\pi^2} \left[\left(1 + \frac{2\alpha_c}{\pi}\right) \mu^3 + \mu T^2 \left(\pi^2 + \frac{2\pi\alpha_c}{3}\right) \right] \quad (2.10)$$

وبحل هذه المعادلة مرة أخرى من أجل الكمون الكيميائي نحصل على الصيغة الآتية:

$$\mu(n, T) = \left(\frac{3\pi^2}{4 \left(1 + \frac{2\alpha_c}{\pi}\right) n_b} + \sqrt{\frac{9\pi^4}{16 \left(1 + \frac{2\alpha_c}{\pi}\right)^2 n_b^2} + \frac{\pi^6 T^6}{27}} \right)^{1/3} + \left(\frac{3\pi^2}{4 \left(1 + \frac{2\alpha_c}{\pi}\right) n_b} - \sqrt{\frac{9\pi^4}{16 \left(1 + \frac{2\alpha_c}{\pi}\right)^2 n_b^2} + \frac{\pi^6 T^6}{27}} \right)^{1/3} \quad (2.11)$$

نلاحظ من العلاقة السابقة للكثافة الباريونية أنه بالإمكان العودة إلى العلاقة المشتقة في المرجع [10]؛ أي العلاقة (2.1)، وذلك بجعل قيمة ثابت الترابط تنتهي إلى الصفر، وهي الحالة المكافئة لعدم وجود التفاعلات بين مكونات البلازما. يمكننا إدخال طاقة التفاعل الذاتي بين الغليونات من المرتبة (α_c) في عبارة طاقة البلازما من أجل دراسة تأثير هذه التفاعلات في كل من السعة الحرارية والأنتروبية ومعادلة الحالة لبلازما كوارك - غليون؛ إذ تعبر الطاقة الذاتية للجسيمة في فيزياء المادة الكثيفة عن الطاقة التي تشعر بها

هذه الجسيمة نتيجة وجودها ضمن الوسط المحيط الذي تتأثر معه. باستخدام نظرية الحقل ومخطط فاينمان يمكن

دراسة التفاعلات بين الغليونات وإيجاد طاقة التأثير المتبادل بين الغليونات بوصفه تابعا لثابت الترابط ما بين هذه الجسيمات، إذ ينشأ، استنادا إلى نظرية الحقل، إسهام التفاعلات بين الغليونات في عبارة الطاقة لبلازما كوارك - غليون حتى المرتبة (α_c) عن مخططات فاينمان الآتية [22]:

$$\frac{1}{2} \text{ (loop) } + \frac{1}{12} \text{ (ghost loop) } + \frac{1}{8} \text{ (two-loop) }$$

$$\varepsilon_g(\alpha_c) =$$

الشكل (1) مخططات فاينمان للتأثيرات المتبادلة بين الغليونات حتى المرتبة $(g^2/4\pi)$

تمثل هذه المخططات على التوالي من اليمين لفات (loops) التفاعل الرباعية والثلاثية للغليونات، إضافة لتفاعل هذه الغليونات مع الجسيمات (شبحية) الافتراضية (ghost particles) [23,24]؛ إذ أفترض هنا أن الغليونات التي تتبادلها الكواركات ليست حرة وإنما تتفاعل فيما بينها وفق المخططات السابقة، من أجل حساب إسهام كل لفة من هذه اللفات لطاقة التفاعل الذاتي للغليون علينا أولا حساب إسهامات عقد التفاعل الموجودة في كل لفة من هذه اللفات وذلك باستخدام مخططات فاينمان لهذه العقد، ومن ثم تعويض هذه الإسهامات في علاقة التكامل الخاصة بكل لفة للحصول على الكثافة الطاقية لجملة من الغليونات المتفاعلة [22]:

$$\varepsilon_g(inter) = -3g^2 N_c (N_c^2 - 1) \frac{T^4}{144} = - (2\pi\alpha_c) T^4 \quad (2.12)$$

$N_c = 3$: عدد درجات الحرية اللونية للكواركات والغلونات، وهي (الأحمر، الأزرق، الأخضر) بإضافة العلاقة (2.12) إلى طاقة البلازما في حالة التأثيرات بين الكواركات العلاقة (2.6) نحصل على العلاقة المعبرة عن طاقة البلازما وضغطها في حالة التأثيرات المتبادلة بين الغلونات والكواركات حتى المرتبة (α_c) وفق الآتي:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{QGP} &= \varepsilon_q(inter) + \varepsilon_g(inter) + B \\ &= \frac{\alpha_c T^4}{\pi^3} \left[-\frac{17\pi^4}{9} + \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{\mu}{T}\right)^2 + \left(\frac{\mu}{T}\right)^4 \right] + \left[\frac{37\pi^4 T^4}{30} + 3(\mu T)^2 + \frac{3}{2\pi^2} (\mu)^4 + B \right] \\ P_{QGP} &= \frac{\alpha_c T^4}{\pi^3} \left[-\frac{17\pi^4}{27} + \frac{2\pi^2}{9} \left(\frac{\mu}{T}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu}{T}\right)^4 \right] + \left[\frac{37\pi^4 T^4}{90} + (\mu T)^2 + \frac{1}{2\pi^2} (\mu)^4 - B \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

وبالتالي تصبح المقادير الترموديناميكية الأخرى وفق الصيغ الآتية:

$$C_V(intre) = \frac{148\pi^4 T^3}{30} + 6\mu T + \frac{\alpha_c}{\pi^3} \left(-\frac{68\pi^4 T^3}{9} + \frac{4\pi^2}{3} \mu^2 T \right) \quad (2.14)$$

$$S(intre) = \frac{148\pi^4 T^3}{90} + 2\mu T + \frac{\alpha_c}{\pi^3} \left(-\frac{68\pi^4 T^3}{27} + \frac{4\pi^2}{9} \mu^2 T \right) \quad (2.15)$$

أما بالنسبة لحساب إسهام التفاعلات بين الغلونات في عبارة الطاقة الحرة لبلازما كوارك - غليون حتى المرتبة ($\alpha_c^{3/2}$) أو بصيغة أخرى حتى المرتبة (g^3) التي تنتج عن مخططات فاينمان الآتية وتسمى بمخططات الحلقات (rings diagrams):

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left[\text{Diagram 1} \right] - \frac{1}{3} \left[\text{Diagram 2} \right] + \dots \right]$$

الشكل (2) مخططات فاينمان للتأثيرات المتبادلة بين الغلونات حتى المرتبة $((g^2/4\pi)^{3/2})$

حيث أن:

$$\Pi = \text{tree} + \text{one-loop} - \frac{1}{2} \text{two-loop} - \frac{1}{2} \text{two-loop}$$

الشكل (3) مخططات فاينمان لعقد تفاعل الغليونات مع الكواركات والجسيمات الافتراضية.

تمثل المخططات السابقة تفاعل الكوارك مع الغليون، وتفاعل الغليون مع الجسيمات الافتراضية، والتفاعل الذاتي للغليون من المرتبة الثالثة والرابعة على التوالي، ولحساب كل لفة من اللفات السابقة في عبارة الطاقة الحرة للبلازما لابد أولاً من حساب إسهامات عقد التفاعل الموجودة في كل لفة من هذه اللفات، وذلك باستخدام مخططات "فاينمان" لهذه العقد كما هو الحال عند حساب إسهام المرتبة (g^2) ، وبما أن إسهام اللفة الخاصة بتفاعل الكوارك مع الغليون:



الشكل (4) مخططات "فاينمان" لعقدة تفاعل الكواركات مع الغليونات

لم تؤخذ بعين الاعتبار عند حساب إسهام المرتبة (g^2) يجب حسابها لأنها تتدخل في المخططات المعبرة عن إسهام المرتبة (g^3) ، بتعويض هذه الإسهامات في علاقة التكامل الخاصة بكل لفة نحصل عندئذ على الإسهام الكلي حتى المرتبة (g^3) بتابعية ثابت الترابط لطاقة التفاعل الذاتي للغليون، الطاقة الحرة الناتجة عن هذه المخططات حسبت في المرجع [25] وذلك باستخدام معيار "فاينمان" (Feynman gauge) وطريقة إعادة الاستنظام (renormalization) للتخلص من عدم التعيين عند حساب بعض التكاملات الخاصة بلفات الغليونات؛ إذ اكتفينا في هذه الدراسة بوضع النتيجة فقط وفق الصيغة الآتية:

$$f_2(QGP) = -\frac{(N_c^2 - 1)}{12\pi} T m_{el}^3 \Rightarrow P_{ring}^{(1)} = \frac{(N_c^2 - 1)}{12\pi} T m_{el}^3 \quad (2.16)$$

تمثل m_{el}^3 كتلة ديبياي، يعبر هذا المعامل عن حقيقة كون الحقل الكهر- لوني يتم حجه بشكل أسي في البلازما الحرارية، في حين الحقل المغنتو - لوني لا يتم حجه على أقل تقدير عند حد التصحيح من هذه المرتبة، يمكن أن نستنتج من ذلك أن تعريف كتلة ديبياي يصبح أكثر غموضاً عند التصحيحات من المراتب العليا، وعليه فإن إحدى الطرائق المتبعة في تعريف هذا المعامل تتم بافتراضه عبارة عن معامل ملائمة (matching coefficient) في النظرية، وبالتالي يمكننا حساب التصحيحات من المراتب العليا لهذا المعامل، في هذه الدراسة تم استخدام المنشور حتى المرتبة (g^3) وفق الصيغة الآتية [22]:

$$m_{el}^2 = g^2 \left(\left(\frac{1}{3} N_c + \frac{1}{6} N_F \right) T^2 + \frac{1}{2\pi^2} \sum_F \mu_F^2 \right) \quad (2.17)$$

بتعويض العلاقة (2.17) في العلاقة (2.16) والاستفادة من علاقة الطاقة الحرة بالضغط مع الاكتفاء بنوعين من الكواركات ($N_F = 2$) نحصل على عبارة الضغط الناتج عن مخططات الحلقات حتى المرتبة (g^3) وفق التالي:

$$P_{ring}^{(1)} = \frac{2}{3\pi} T g^3 \left(\frac{4}{3} T^2 + \frac{1}{\pi^2} \mu_F^2 \right)^{3/2} \quad (2.18)$$

الآن بتعويض الضغط الناتج عن الغليونات من العلاقة (2.18) في عبارة الضغط العلاقة (2.13) نحصل على الصيغة التالية لعبارة ضغط البلازما:

$$P_{QGP} = \left[\frac{37\pi^4 T^4}{90} + (\mu T)^2 + \frac{1}{2\pi^2} (\mu)^4 \right] + \frac{\alpha_c T^4}{\pi^3} \left[\frac{\pi^4}{27} + \frac{2\pi^2}{9} \left(\frac{\mu}{T} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu}{T} \right)^4 \right] + \left[- \left(\frac{2\pi\alpha_c}{3} \right) T^4 + \frac{128\sqrt{\pi}}{9\sqrt{3}} \alpha_c^{3/2} T^4 \right] - B \quad (2.19)$$

نلاحظ من العلاقة السابقة وجود الاختلاف في إشارة الحدين (g^2) و (g^3)، وهذا يشير إلى وجود اختلاف في طبيعة التفاعلات المتبادلة بين الغليونات في كل حد. وبلاستعانة بالعلاقات الترموديناميكية يمكننا الحصول على المقادير الترموديناميكية الأخرى وفق الآتي:

$$\varepsilon_{QGP} = \varepsilon_q(inter) + \varepsilon_g(inter) + B$$

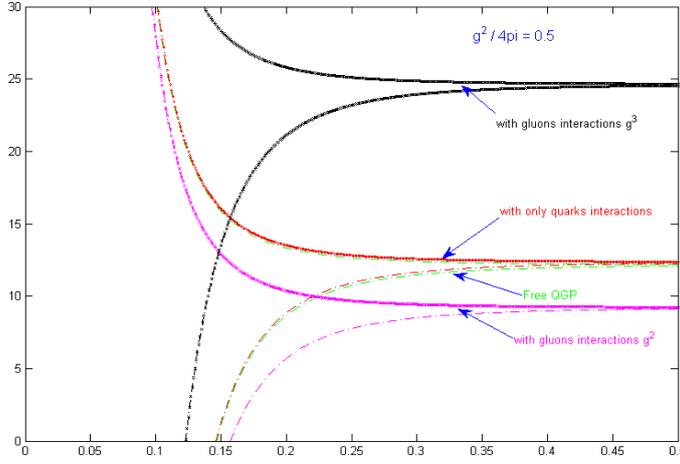
$$= \left[\frac{37\pi^4 T^4}{30} + 3(\mu T)^2 + \frac{3}{2\pi^2} (\mu^4) \right] + \frac{g^2 T^4}{4\pi^4} \left[\frac{\pi^4}{9} + \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{\mu}{T} \right)^2 + \left(\frac{\mu}{T} \right)^4 \right] + \left[-(2\pi\alpha_c) T^4 + \frac{128\sqrt{\pi}}{3\sqrt{3}} \alpha_c^{3/2} T^4 \right] + B \quad (2.20)$$

$$C_V = \frac{128\pi^4 T^3}{30} + 6\mu T + \frac{\alpha_c}{\pi^3} \left(-\frac{68\pi^4 T^3}{9} + \frac{4\pi^2}{3} \mu^2 T \right) + \frac{512\sqrt{\pi}}{3\sqrt{3}} \alpha_c^{3/2} T^3 \quad (2.21)$$

$$S = \frac{128\pi^4 T^3}{90} + 2\mu T + \frac{\alpha_c}{3\pi^3} \left(-\frac{68\pi^4 T^3}{9} + \frac{4\pi^2}{3} \mu^2 T \right) + \frac{512\sqrt{\pi}}{9\sqrt{3}} \alpha_c^{3/2} T^3 \quad (2.22)$$

النتائج والمناقشة:

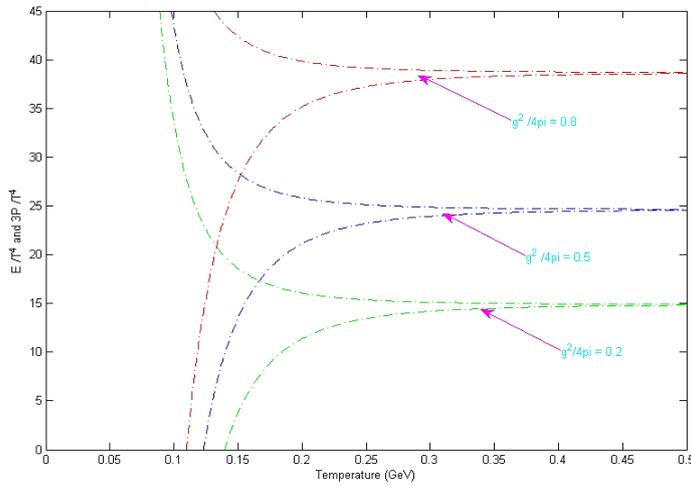
من أهم مميزات معادلة الحالة في حسابات الشبكة المقدارين $\left(\frac{3P}{T^4}, \frac{E}{T^4} \right)$ ، وقد عملنا بداية على دراستها بوصفها تابعا لدرجة الحرارة من أجل كمون كيميائي معدوم [26-27]، أو بمعنى آخر كثافات باريونية صغيرة جدا، مفترضين أن ثابت الترابط يأخذ قيمة ثابتة $\left(\alpha_c = \frac{g^2}{4\pi} = 0.5 \right)$ ، وذلك بعد الأخذ بعين الاعتبار الحالة الحرة لمكونات البلازما وحالات التأثير المتبادل بين مكونات البلازما من رتب مختلفة لثابت الترابط؛ إذ افترضنا أن ثابت الحرة يأخذ القيمة $(B = 0.208 \text{ GeV} \cdot \text{fm}^{-3})$ فحصلنا على المنحنيات الموضحة في الشكل (5).



الشكل (5) تغيرات كل من $\left(\frac{3P}{T^4}, \frac{E}{T^4}\right)$ כתابع لدرجة الحرارة من أجل مراتب مختلفة

تمثل المنحنيات التي تتردد من الأسفل نحو الأعلى $\left(\frac{3P}{T^4}\right)$ الضغط المستنظم على درجة الحرارة، في حين تمثل المنحنيات المتناقصة من الأعلى نحو الأسفل $\left(\frac{E}{T^4}\right)$ ، نلاحظ من هذه المنحنيات أن $\left(\frac{3P}{T^4}\right)$ تابع متزايد لدرجة الحرارة إلا أن تزايداً مفاجئاً للضغط يحدث عند قيمة معينة لدرجة الحرارة $(T = T_c)$ تعرف بدرجة الحرارة الحرجة، و تشير إلى تحول طوري من الطور الهادروني إلى طور البلازما. كلا المنحنيين عند درجات الحرارة العالية يصل إلى قيمة حدية $\left(\frac{3P}{T^4} \cong \frac{E}{T^4}\right)$ أقل مما هي عليه في حالة الغاز الكلاسيكي التي تعرف فيه بالنهاية الحدية لبولتزمان [14]. كذلك الأمر نلاحظ أن النهايات التي تأخذها هذه المقادير عند درجات الحرارة العالية تتغير بتغير رتبة التفاعل أو بمعنى آخر أن النهايات الحدية المقاربة للحالة الكلاسيكية تتغير بتغير رتبة التفاعل بين مكونات البلازما مما يشير إلى أنه حتى عند درجات الحرارة العالية تسلك البلازما سلوكاً مختلفاً عن الغاز المثالي، ويمكن تفسير ذلك نتيجة لبقاء الترابط بين مكوناتها، ولو بدرجة ضعيفة، عند هذا الحد من الدرجات.

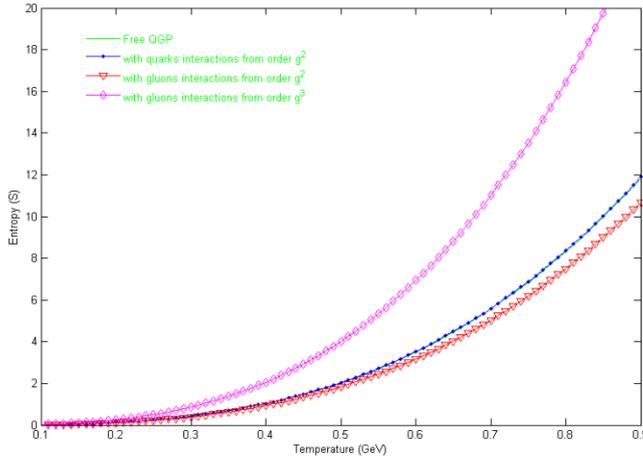
ولإضاءة على تأثير التفاعلات المتبادلة بين مكونات البلازما في المقداريين السابقين في البلازما قمنا بدراسة تابعيتهم لدرجة الحرارة ولكن في هذه الحالة من أجل قيم متغيرة لثابت الترابط (الشكل 6). وذلك بعد الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات المتبادلة جميعها حتى المرتبة (g^3) ؛ إذ كما هو ملاحظ من هذا المنحنيات أن قيم درجة الحرارة الحرجة التي يحدث عندها التحول الطوري (درجة الحرارة الحرجة في هذه المنحنيات هي النقطة التي يتقاطع معها المنحني مع محور درجة الحرارة) تتناقص بزيادة قوة الترابط بين مكونات البلازما، وهذا يشير إلى أن تأثير قوة التفاعل من المرتبة الثالثة على معادلة الحالة يكون أشد من سابقه، ألا وهو التأثير من المرتبة الثانية، وذلك كما هو ملاحظ من تأثيرها على الأنتروبية (الشكل 7).



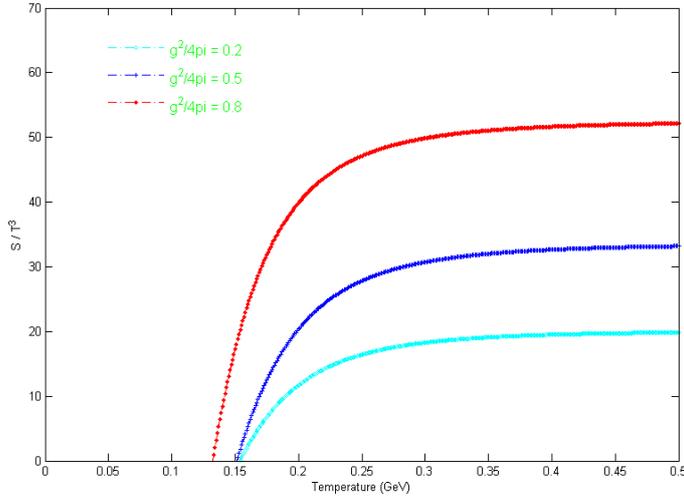
الشكل (6) تغيرات كل من $\left(\frac{3P}{T^4}, \frac{E}{T^4}\right)$ كتابع لدرجة الحرارة من أجل مراتب مختلفة لـ $\left(\frac{g^2}{4\pi}\right)$

أما بالنسبة لدراسة تأثير التفاعلات بين مكونات البلازما على أنتروبية البلازما درست هنا تابعة الأنتروبية لدرجة الحرارة من أجل مراتب مختلفة للتأثيرات المتبادلة بين مكونات الوسط البلازمي، وبثبات قوة التأثير المتبادل فيما بينها بواسطة إبقاء ثابت الترابط عند قيمة ثابتة، فحصلنا على المنحنيات الموضحة في الشكل (7). نلاحظ أن أنتروبية البلازما تابع متزايد

لدرجة الحرارة، وهذا أمر منطقي طالما أن الأنتروبية مقياس للعشوائية في الجملة، فإن هذه العشوائية تزداد عند ازدياد درجات الحرارة. إلا أن هذه الزيادة تتغير بحسب نوع التأثيرات المتبادلة بين مكونات البلازما [28]؛ إذ يلاحظ أن التأثيرات المتبادلة بين الكواركات من خلال تبادل غليون واحد لم تؤثر على تابعة الأنتروبية لدرجة الحرارة عما كانت عليه في الحالة الحرة (المنحني الأزرق منطبق على المنحني الأخضر). في حين يظهر أن تأثير التفاعلات من المرتبة (g^3) يكون أكبر على أنتروبية البلازما من تأثير التفاعلات من المرتبة (g^2) إضافة إلى أن كلا التأثيرين يكون باتجاه مختلف عن الآخر.

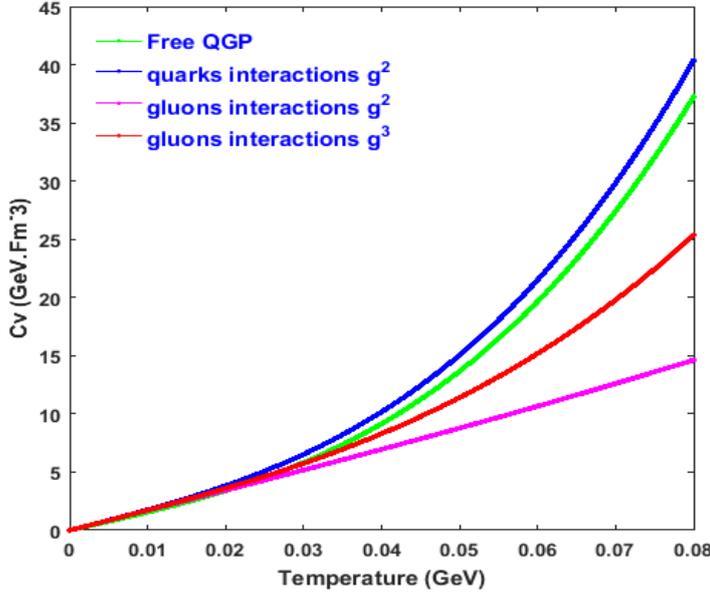


الشكل (7) الأنتروبية لبلازما كوارك - غليون بوصفه تابعاً لدرجة الحرارة من أجل مراتب مختلفة للتفاعلات من أجل معرفة سلوك الأنتروبية بتابعية قوة التأثير المتبادل تم ذلك من خلال دراسة تابعة الأنتروبية المستتظمة (S/T^3) لثابت الترابط من أجل جميع مراتب التفاعل بين مكونات البلازما حتى المرتبة (g^3) فحصلنا على المنحنيات الموضحة في الشكل (8).



الشكل (8) الأنتروبية لبلازما كوارك - غليون كتابع لدرجة الحرارة من أجل $(\frac{g^2}{4\pi})$

يلاحظ أن الأنتروبية المستتظمة (normalized) تتزايد بتزايد قوة التأثير بين مكونات البلازما، ويعود السبب في ذلك (كما أشرنا سابقاً) لكون التأثيرات المتبادلة بين الغليونات من المرتبة (g^3) التي أدخلت في هذه الدراسة تناقريه، وهي أشد تأثيراً على أنتروبية البلازما من المرتبة (g^2) التي سبقتها والتي تبين أنها تجاذبيه [25]. إضافة لذلك قمنا بدراسة تأثير التفاعلات بين مكونات البلازما على السعة الحرارية للبلازما بثبات الحجم، من خلال دراسة تابعة هذه السعة لدرجة الحرارة من أجل كمون كيميائي غير معدوم وقدره $\mu = 0.05 GeV$ ، وذلك فقط لإظهار تأثير التفاعلات بين الكواركات من المرتبة g^2 على هذه السعة عندما يكون هنالك قيمة للكمون؛ إذ تعد هذه السعة من أهم المقاييس الترموديناميكية للترجمات في طاقة البلازما؛ إذ حصلنا على المنحنيات الموجودة في الشكل (9).

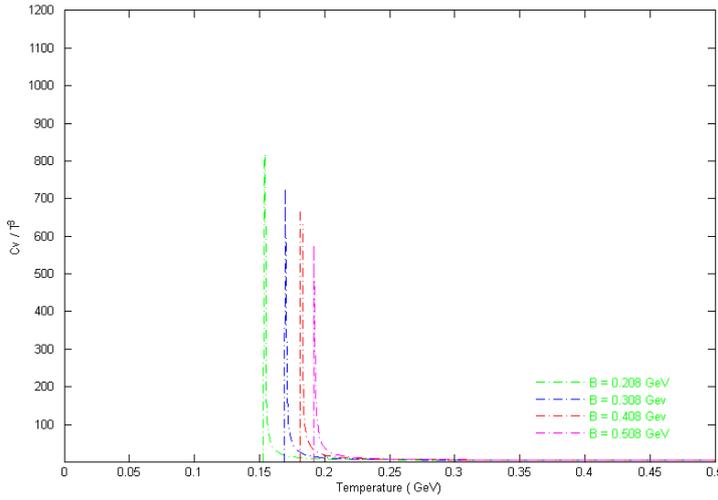


الشكل (9) السعة الحرارية لبلازما كوارك - غليون بوصفه تابعاً لدرجة الحرارة من أجل كمون كيميائي قدره $\mu = 0.05 \text{ GeV}$

الملاحظ من المنحنيات في الشكل (9) أن تأثير التفاعلات المتبادلة بين الكواركات من المرتبة (g^2) (المنحني الأزرق) على قيم السعة الحرارية للبلازما يكون صغيراً، كذلك الأمر نلاحظ، أيضاً، أن تأثير التفاعلات من المرتبة (g^2) (المنحني الأحمر) يعاكس تأثير التفاعلات من المرتبة (g^3) (المنحني البنفسجي) على السعة الحرارية للبلازما، وهذا يظهر الطبيعة التجاذبية لهذه التفاعلات التي أدت إلى زيادة الطاقة الكامنة لجسيمات الوسط الهادروني، وبالتالي التزايد في درجة الحرارة الحرجة عند أخذ هذه التفاعلات في عبارة طاقة البلازما، يمكن تفسير هذا التناقص في السعة الحرارية نتيجة لكون السعة الحرارية للبلازما من منظور آخر هي مقياس للترجحات في الطاقة، وهذه الترجحات تتناقص كلما كانت

مكونات البلازما في حالة تبادل للتأثيرات فيما بينها، لو كانت هذه المكونات حرة ولا تتبادل التفاعل فيما بينها.

ولمعرفة مدى تأثير ضغط الخلاء المتمثل بالحد (B) على السعة الحرارية للبلازما عملنا في الشكل (10) على دراسة هذه السعة المستتظمة (C_V/T^3) ، بوصفه تابعا لدرجة الحرارة من أجل قيم مختلفة لثابت الحجرة ومن أجل التفاعلات المتبادلة بين مكونات البلازما من المرتبتين (g^2) و (g^3) إذ حصلنا على المنحنيات الموضحة في الشكل (10). يتضح من هذه المنحنيات أن تزايد قيم ثابت الحجرة يؤدي إلى تزايد في قيم درجات الحرارة الحرجة التي يحدث عندها التحول الطوري، ويمكننا تفسير ذلك بأن زيادة الحد (B) يعني زيادة ضغط الخلاء على الحجم الذي يحوي الكواركات والغليونات (الحجم الهادروني) وبالتالي يجب زيادة درجة الحرارة من أجل زيادة الطاقة الحركية لمكونات الوسط الهادروني من أجل التغلب على ضغط الخلاء، وبالتالي الوصول بالهادرونات إلى طور البلازما.



الشكل (10) السعة الحرارية لبلازما كوارك - غليون بوصفه تابعا لدرجة الحرارة من أجل قيم مختلفة لـ (B)

الخلاصة:

قمنا في هذا العمل بدراسة تأثير التفاعلات المتبادلة بين الغليونات والكواركات من المرتبتين (g^3, g^2) على معادلة الحالة وعلى مجموعة من المقادير الترموديناميكية، السعة الحرارية والأنتروبية لبلازما كوارك - غليون مكونة من نوعين فقط من الكواركات عديمة الكتلة (الكوارك العلوي - والكوارك السفلي)، وذلك بدراسة هذه المقادير بوصفها تابعا لدرجة الحرارة، وكذلك الأمر بوصفها تابعا لقوة التأثير المتبادل بين مكونات البلازما من خلال دراسة تابعة هذه المقادير لثابت الترابط. وجدنا أن كل المنحنيات الممثلة لمعادلة الحالة عند درجات الحرارة العالية تصل إلى قيمة حدية أقل مما هي عليه في حالة الغاز الكلاسيكي التي تعرف بالنهاية الحدية لبولتزمان. كذلك الأمر وجد أن النهايات التي تأخذها هذه المقادير عند درجات الحرارة العالية تتغير تبعا لرتبة التفاعل أو بمعنى آخر أن النهايات الحدية المقاربة للحالة الكلاسيكية تتغير بتغير رتبة التفاعل بين مكونات البلازما مما يشير إلى أنه حتى عند درجات الحرارة العالية تسلك البلازما سلوكاً مختلفاً عن الغاز المثالي، ويمكن تفسير ذلك نتيجة لبقاء الترابط بين مكوناتها، ولو بدرجة ضعيفة، عند هذا الحد من الدرجات. نعلم أن السعة الحرارية للبلازما تابع متزايد لدرجة الحرارة، إلا أنه من أجل قيم مختلفة لكل من ثابت الحجرة وثابت الترابط وجدنا أن هذه التابعية تصبح مختلفة. أما بدراسة الأنتروبية بوصفها تابعا لدرجة الحرارة من أجل قيم مختلفة لثابت الترابط فقد لوحظ أن التأثيرات المتبادلة بين الغليونات من المرتبة (g^3) تسبب تزايدا في أنتروبية البلازما عما كانت عليه في حالة التأثيرات من المرتبة (g^2) وهذا يظهر طبيعة الاختلاف بين هذه التأثيرات؛ إذ تكون الأولى تجاذبية في حين تكون الثانية تنافرية.

درست في هذا العمل معادلة الحالة لبلازما كوارك - غليون بالإضافة لدراسة بعض المقادير الترموديناميكية للبلازما مثل السعة الحرارية والأنتروبية باستخدام نموذج الحجرة بتابعية ثابت الترابط بين الجسيمات؛ إذ افترضنا في هذه الدراسة أن كلا من ثابت الحجرة **B**

وثابت الترابط (α_c) عبارة عن مقادير ثابتة ومستقلة عن كل من درجة الحرارة والكمون الكيميائي، وبالتالي نوصي في دراسات مستقبلية بإعادة هذه الدراسة بفرض أن كلا منهما يتغير بوصفه تابعا للكمون الكيميائي ودرجة الحرارة. كذلك الأمر في دراستنا هذه افترضنا أن البلازما مكونة فقط من نكهتين كواركيتين (two flavors) من الكواركات هما (الكوارك العلوي - والكوارك السفلي)، وبناء عليه يمكننا في دراسات مستقبلية إدخال أنواع أخرى من الكواركات التي تسهم في تكوين البلازما مثل الكوارك الغريب (strange quark)، وذلك لدراسة تأثيرات الأنواع المختلفة من الكواركات على مختلف المقادير الترموديناميكية للبلازما. وأخيرا لا بد من الإشارة إلى أنه في هذه الدراسة لم نأخذ بعين الاعتبار سوى التفاعلات المتبادلة بين الغليونات من المرتبتين (g^3, g^2) في منشور ثابت الترابط، وبالتالي يمكننا في دراسات مستقبلية، أيضا، إدخال الحدود الإضافية من المراتب (g^4)، ($g^4 \log g$)، (g^5) وغيرها من الحدود في عبارة طاقة البلازما، وذلك لدراسة تأثيراتها المختلفة في خصائص البلازما الترموديناميكية.

المراجع:

1. Heinz, U.W.; Jacob, M, 2000. *Evidence for a New State of Matter: An Assessment of the Results from the CERN Lead Beam Program*; Theoretical Physics Division: Geneva, Switzerland.
2. Gyulassy, M.; McLerran, L, 2005. *New forms of QCD matter discovered at RHIC*. Nucl. Phys. A ,750. 30–63.
3. Gamow, G. 1946. *Expanding universe and the origin of elements*. Phys. Rev. 70, 572–573.
4. Huang, K.;Weinberg, S. 1970. *Ultimate temperature and the early universe*. Phys. Rev. Lett. 25, 895–897.
5. Gross .D. J, and Wilczek. F.1973. *Ultraviolet behavior of non-Abelian gauge theories*. Phys. Rev. Lett. 30, 1343.
6. Politzer, H.D. 1973. *Reliable Perturbative Results for Strong Interactions*. Phys. Rev. Lett. 30, 1346–1349.
7. Wong S. M.2004. *Introductory Nuclear Physics*. Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA. 469.
8. Aoki Y. et al.2009. *The QCD transition temperature: results with physical masses in the continuum limit II*. JHEP. V. 0906. P. 088.
9. J. Adams et al. 2005. *The STAR Collaboration's critical assessment of the evidence from RHIC collisions, Experimental and theoretical challenge in the search for the quark gluon plasma*. Nucl. Phys, A757,102.
10. M. Modarres, and A. Mohamadnejad. 2013. *The Thermodynamic properties of weakly interacting quark gluon plasma via the one gluon exchange interaction*" Phys. Part. Nucl. Lett, 10.
11. Landau. L.D, and Lifschitz. E.M. 1980. *Statistical Physics*. Pergamon Press, VOL9, Part2.
12. P. Kausik . 2015 *Correlation corrections to the thermodynamic properties of spin asymmetric QGP matter*. Eur.Phys. J.Plus 130, 23.
13. Yu.L. Dokshitzer, V.A. Khoze, A.H. Mueller and S.I. Troyan. 1991. *Basics of Perturbative QCD*. Editions Frontieres. 380.

14. Arovas .D. 2012. *Lectures notes in thermodynamic and statistical mechanics (A work in progress)*. University of California. March, 477.
15. Khvorostukhin .A.S. 2015. *Simple way to the high-temperature expansion of relativistic Fermi-Dirac integrals* . arXiv:1508.02230v2 [math-ph]. 11 Nov.
16. Rodinov. E.N. 1978. *The MIT bag model in nuclear and particle physics*. university of Adelaide, Australia.
17. A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F. Weisskopf. 1974. *New extended model for hadrons*. Phys. Rev. D9. 3471.
18. Patrick J. O'Donnell Mariana Frank and Brenden Wong. 1981. *The M.I.T. bag model and the pion*. Canadian journal of physics, 59:1373–1375.
19. Spieles. C; H. Stocker; and Greiner .C. 1997. *Phase transition of a finite quark-gluon plasma*. arXiv: hep-ph /9708280v1.
20. Shuryak, E. 2009. *Physics of Strongly coupled Quark-Gluon Plasma*. Prog. Part. Nucl. Phys. 2009, 62, 48–101.
21. Baym. G, and C. Pethick . 2004. *Landau Fermi-Liquid Theory*. Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA. 212.
22. Kapusta. J, and Gale .C.2006. *Finite-Temperature Field Theory*. Cambridge Univ, Press. 428.
23. Faddeev.L. D, and Popov .V. N. 1967. *Feynman diagrams for the Yang-Mills fields*. Phys. Lett, B25. 29.
24. Polyakov.A. M. 1987. *Thermal properties of gauge fields and quark liberation*. phy. Lett, B72. 477.
25. M. Laine and A. Vuorinen .2016. *Basic thermal theory, A tutorial on perturbative calculations*. May. 220.
26. Laermann, E. et all. 2011. *The phase boundary for chiral transition in (2+1) flavor QCD at small values of the chemical potential*. Phys. RevD.83.014504.
27. Karsch, F. 2002. *Lattice Results on QCD thermodynamics*. Nucl. Phys. A 698. 199–208.
28. H.C.Chandola, Punetha.G and H.Dehnen.2016. *Dual QCD thermodynamics and quark-gluon plasma*. Nucl phys A45. 226-246.