

## التحكم بأنماط الإصدار لليزر صلب يضح بليزر نصف ناقل من نمط الضخ الخلفي

وفاء شاليش\*      د. محمد دله\*\*      د. ظافر موسى\*\*

### المخلص

أجريت دراسة نظرية وتجريبية لتطوير طريقة جديدة للتحكم بتوليد الأنماط الليزرية (Laguerre-Gauss (LG)). فمن أجل توليد نمط معين دون غيره، يجب التحكم بالبرج الخاص لنمط محدد مقارنة مع الأنماط المنافسة وقد تم ذلك بطريقتين مختلفتين. تعتمد الطريقتان على تغيير معامل التغطية للنمط المطلوب بهدف الحصول على استطاعة العتبة المثلى للنمط المراد توليده إما في الطريقة الأولى بتغيير موقع الضخ وعمقه داخل القضيب الليزري، أو في الطريقة الثانية بتجزئة حزمة الضخ إلى حزم عدة تتوافق مع التوضع الفراغي للنمط المطلوب إظهاره باستخدام مجزئ حزمة متعدد الأنماط، وذلك في نمط الضخ الخلفي في الحالتين.

**الكلمات المفتاحية:** المجاوب الليزري، ليزر (Nd-YAG)، أنماط Laguerre-Gaussian (LG)، ضخ خلفي، تنافس الأنماط، مجزئ حزمة ضخ (منبع متعدد الألياف).

\* ماجستير علوم وهندسة البصريات اختصاص ليزر، المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا.

\*\* دكتور، المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا.

## Controlling the emission modes of Solid State Laser end pumped by diode laser

W. Shaleesh\*

Dr. M. Dally\*\*

Dr. Z.Moussa\*\*

### Abstract

A theoretical and experimental study in attempt to develop a new method for controlling the generation of laser modes has been carried out (Laguerre-Gaussian (LG)). In order to generate a particular mode, the gain of that mode must be controlled compared to competing modes by two ways. The two methods are based on changing the effective mode volume of the desired mode in order to obtain the optimum threshold power of the mode to be generated either in the first method by changing the location and depth of pumping within the laser rod or in the second method by splitting the pumping beam into several bundles that correspond to the vacuum position of the pattern to be demonstrated using a multi-pattern beam splitter, So in the end pumped in both cases.

**Key words:** laser resonator, laser (Nd-YAG), Laguerre-Gaussian (LG) modes, end pumping, mode competition, beam splitter.

---

\* Master in sciences and Engineering optics, Major Laser.

\*\* Professor, sciences and Engineering optics, Major Laser.

## I. المقدمة:

عندما ينتشر شعاع الليزر عبر الغلاف الجوي، فإنه يواجه قرائن انكسار متفاوتة، ويعزى ذلك بشكل رئيسي إلى تغيرات في درجات الحرارة العشوائية وعمليات الحمل الحراري، ويسبب حرف صدر الموجة. إن واحدة من المشكلات الرئيسية في انتشار الأمواج في الغلاف الجوي هي اضطراب شدة الإشارة المستقبلية، فإن الاضطراب يشوه صدر الموجة، ومن الصعب التخفيف من آثار الاضطراب. إن مسألة وجود أنماط انتشار أقل تأثرًا بالاضطراب في الغلاف الجوي من النمط الغاوسي القياسي هي مسألة مهمة، الأنماط النموذجية التي تم التحقيق فيها جيدًا في الاضطرابات هي أنماط-Laguerre Gauss (LG) وأنماط Hermit-Gauss (HG). بشكل عام، وجد أن أنماط المراتب العليا هي في الواقع أكثر مرونة من الأنماط الغاوسية (Gaussian). تتمتع أنماط (LG) بسعة معلومات أكبر من أنماط (HG) ولكن أنماط (HG) تعد مرشحة واعدة لأنها قوية ضد الانحرافات [1].

ثمة تطبيقات كثيرة، أيضًا، تحتاج لضخ حلقي للوسط الفعال أو ضخ متعدد المناطق [2]، وبخلاف النمط الغاوسي الذي يمكن الحصول عليه بسهولة فإن توليد الأنماط (LG) دون الحصول على النمط الغاوسي عن طريق التحكم بتوزيع الضخ ضمن الوسط الفعال هو المطلوب. لذلك في هذا البحث سوف نركز على إيجاد آليات لربط التوزيع الفراغي للضخ مع أنماط حزمة الليزر عن طريق استخدام معادلات الليزر مع أخذ معامل التغطية وتأثير ذلك في عتبة الليزر وتأثر عتبة الليزر بموضع محرقة حزمة الضخ.

إحدى الطرق الموجودة هي اللامركزية؛ أي إزاله محورية الضخ عن طريق إزالة الضخ عن المحور البصري. وتبين أنه يمكن توليد أنماط مختلفة عن طريق تغيير قيمة انزياح محور الضخ، ومن سلبيات الضخ أنه يكون متمركزًا في أجزاء صغيرة من الوسط الفعال؛ ويؤدي ذلك إلى زيادة الإجهادات الحرارية الموضعية. من الأفضل للحصول

على الأنماط (LG) الحصول على التناظر الأسطواني، لذلك فإن الضخ إما أن يكون حلقيًا أو أن تكون نقاط الضخ متوزعة بشكل متناظر ضمن الوسط الفعال، وهذا ما سنقوم به ضمن هذا البحث.

يتم الحصول على ضخ حلقي بطريقتين: الطريقة الأولى بوضع فتحة دائرية على شكل حلقة أمام حزمة ضخ متوازية ضمن المجاوب الليزري، والطريقة الثانية محرقة حزمة الضخ ضمن القضيب الليزري بعد النظام البصري المستخدم، وهي الطريقة المستخدمة في البحث الحالي للحصول على الأنماط بتناظر أسطواني [2].

لدراسة الأنماط (LG) سوف نستخدم مادة (Nd-YAG)، وهي مادة ليزرية صلبة وسوف تضخ بديود ليزري مقترن مع ليف ضوئي، لأن ليزر الحالة الصلبة الذي يضخ بديود ليزري مقترن مع ليف بصري يزودنا بكفاءة وشدة عاليتين، ولاسيما في الضخ الخلفي؛ إذ إن الضخ بليف بصري يحمي المجاوب الليزري ويجعله معزولاً عن ضجيج مصدر الضخ، كما أنه يعطي خرجاً لحزمة الضخ ذات تناظر أسطواني مقارنة مع الوضع غير المتناظر لخرج الديود الليزري.

تتوفر في كثير من الأدبيات [5]، [6]، [7] دراسة أثر الضخ (توزع وشدة) في توليد نمط ليزري؛ إذ يمكن دراسة تداخل التوزع المكاني للنمط الليزري مع التوزع المكاني لطاقة الضخ بهدف تحديد طاقة العتبة والفعالية لنمط ليزري معين.

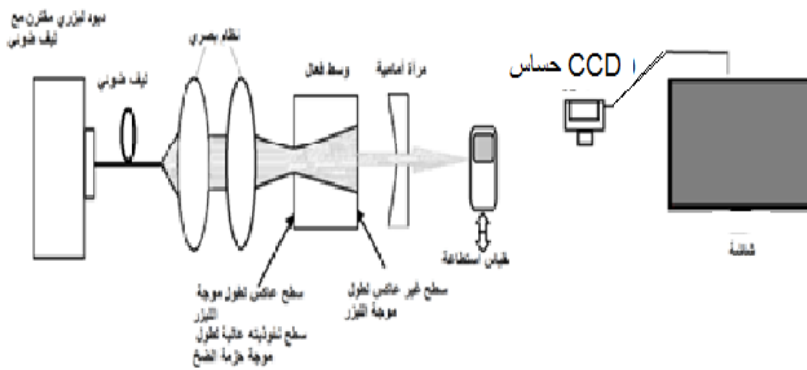
سنقدم ضمن هذا العمل أثر التوزع المكاني لطاقة الضخ على توليد نمط ليزري معين، وسنقوم بتطبيق نتائج هذه الدراسة عملياً لتوليد أنماط (LG) من الشكل ( $LG_{10}$ )، هذه التوابع التحليلية تعتمد على خصائص الوسط الفعال ومعامل جودة حزمة الديود الليزري. تعتمد آلية التوليد على اختيار القيمة المثلى لقطر بقعة الضخ ( $w_p$ )، وموقع هذه البقعة داخل جسم القضيب الليزري، والقيمة المثلى لطاقة الضخ لكل نمط.

يقدم البحث دراسة تفصيلية عن الضخ الخلفي لليزر بالحالة الصلبة يضخ بديود ليزري مقترن بليف ضوئي لإظهار أنماط ليزرية من النوع (( Laguerre-Gauss (LG) ذات

تتاظر أسطواناني لما لها من أهمية في المجالات التطبيقية، وندرس تأثير موقع المحرقة والضخ في استطاعة العتبة لظهور الأنماط المنافسة.

## II. الطريقة التجريبية وطرائق البحث:

استُخدم ضمن البحث لإظهار الأنماط من النوع ( Laguerre-Gauss (LG) ) وسائل مساعدة حسابية (Matlab) وجهاز (A560- spectrophotometer) لقياس النفوذية والعاكسية للعناصر البصرية مثل القضيب الليزري في المجال المرئي ومجال (UV)؛ أي في مجال الأطوال الموجية (1100- 190 nm)، أما المخطط لإظهار الأنماط، فقد نفذ ضمن المخبر (في المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا) مُبَيَّن بالشكل (1) بمساعدة مجموعة من تجهيزات القياس الإلكترونية والعناصر البصرية المتعددة ونظام تصوير بواسطة آلة تصوير (CCD).



الشكل (1) مخطط صندوق الليزر يضخ بضخ خلفي بديود ليزري مقترن مع ليف بصري

يوضح الشكل (1) مخطط الضخ الخلفي بواسطة ديود ليزري بطول موجة ( $\lambda = 808 \text{ nm}$ ) مقترن مع ليف ضوئي يضخ مجاوبة ليزرية مكونة من وسط الفعّال هي بلورة (Nd-YAG)، طول الوسط الفعّال ( $l = 7 \text{ mm}$ ) وقطر ( $r = 4 \text{ mm}$ ) بإشابة (Nd: 1.1%)، وتطلى مرآة مستوية على وجهه الخلفي بنفاذية (100%) لطول موجة الضخ ( $\lambda =$

808 nm) وعاكسية (99.8%) لطول موجة الليزر ( $\lambda = 1064\%$ )، ومرآتين تشكلان المجاوب الليزري مع الوسط الفعال بين المرآتين؛ إذ إنّ المرآة الخلفية مستوية وتشكل السطح الخلفي للقضيب الليزري، والمرآة الأمامية مقعرة بنفوذية أقل ومحددة حسب بارامترات النظام المستخدم نصف قطر تقعرها ( $r=300$  mm) وعاكسيته ( $R=85\%$ )، وأمام المجاوب الليزريّة وضع نظام بصري للضح مكون من عدستين بأبعاد محددة؛ العدسة الأولى عدسة التجميع (collimation) ببعد محرقى ( $f=22$  mm) لتجميع حزمة الضخ من الديود الليزري، والعدسة الثانية هي عدسة محرقة (focusing) ببعد محرقى ( $f=12.7$  mm) لمحرقة حزمة الضخ ضمن الوسط الفعال. تطبّق تغذية على الديود الليزريّ بواسطة كتلة تغذية مخبرية. بواسطة آلة تصوير (CCD) تصوّر الحزمة الليزريّة بطول موجة بطول ( $\lambda = 1064$  nm) والأنماط المتشكلة، وتعرض على شاشة الإظهار، تقاس، أيضًا، الاستطاعة للحزمة الليزريّة بواسطة مقياس استطاعة لقياس الاستطاعات التي تصل حتى (10 w)، بطراز (THORLABS(PM100D)) مع حسّاس بطراز (S425C).

### III. الدراسة التحليلية:

تعطى استطاعة العتبة من أجل نمط ليزريّ معين بالعلاقة (1) من [7]:

$$P_{th} = \frac{Y * I_{sat}}{\eta_p * l} * V_{eff} \quad (1)$$

حيث ( $l = 0.7$  cm) طول الوسط الفعال، ( $Y$ ) الضياع اللوغاريتمي الكلي في أثناء مرور واحد، وهو مرتبط بالضياعات داخل المجاوب (الضياعات غير المفيدة ( $L$ )) ونفوذية المرآة الأمامية (الضياعات المفيدة).

$$Y = \frac{L - \ln R}{2} = \frac{2\alpha l - \ln R}{2} = 0.084 \quad (2)$$

حيث ( $R$ ) عاكسيه المرآة المستخدمة، ( $\alpha = 0.53$  mm<sup>-1</sup>) معامل امتصاص الوسط الفعال لحزمة الضخ ( $\lambda = 808$  nm)، قيس باستخدام جهاز (A560- spectrophotometer)

لقياس النفوذية والعاكسيه للعناصر البصرية في المجال المرئي ومجال (UV) أي في مجال الأطوال الموجية ( $\lambda = 190 - 1100 \text{ nm}$ ).  
 $(I_{sat})$  شدة الإشباع [3]:

$$I_{sat} = \frac{h \nu_l}{\sigma * \tau_f} = \frac{1.86 * 10^{-19}}{2.8 * 10^{-19} * 230 * 10^{-6}} = 2800 \frac{W}{cm^2} \quad (3)$$

( $\sigma = 2.8 * 10^{-19} \text{ cm}^2$ ) المقطع العرضي للإصدار المحثوث، ( $\tau_f = 230 *$ )  
 $(10^{-6} \text{ s})$  زمن حياة المستوي الليزري، ( $\eta_p$ ) هي الفعالية المرتبطة بنفوذية مرآة الدخل  
 ومعامل امتصاص القضيب الليزري ومعامل ستوكس وتعطى بالعلاقة (4) من [7]:

$$\eta_p = \eta_t * \eta_a * \left( \frac{h \nu_l}{h \nu_p} \right) \quad (4)$$

من [3] صفحة (151) في فقرة الضخ الخلفي لبلورة (Nd-YAG):  
 $(\nu_p)$  و  $(\nu_l)$  تواتري الضخ والليزر على التوالي.

$$\eta_a = 1, \quad \eta_t = 0.9, \quad h \nu_l = 1.86 * 10^{-19} \text{ J}, \quad h \nu_p = 2.45 * 10^{-19} \text{ J}, \quad \eta_p = 0.69$$

حيث إن ( $\eta_a$ ) هي مردود الامتصاص، ويعبر عن النسبة بين الاستطاعة الممتصة في الوسط الفعال إلى تلك الاستطاعة التي دخلت إلى القضيب الليزري، وهي ترتبط بمعامل امتصاص القضيب الليزري عند طول موجة الضخ من [3]:  
 أما المعامل ( $\eta_t$ ) فيعبر عن نفوذية المرآة المستوية المطلية على وجه القضيب عند طول موجة الضخ، وتكون نفوذية المرآة المستوية 100%.  
 طبعاً، كما هو واضح من التعريفات السابقة، فإن المقادير السابقة المذكورة لا تتعلق بنمط معين بل هي واحدة لكل الأنماط، ولكن الحجم الفعال ( $V_{eff}$ ) الوارد في المعادلة (1) يرتبط بشكل النمط ويتغير من نمط لآخر مع التوزيع المكاني نفسه للضخ.

وهذا هو جوهر الطريقة المستخدمة في هذا العمل لانتقاء نمط معين دون غيره. سنقوم بدراسة تغير استطاعة عتبة الليزر طبقاً لتغير المقدار ( $V_{eff}$ )، وسنقوم بدراسة العوامل الأخرى المؤثرة بالتفصيل.

**أولاً: دراسة التداخل بين التوزيع شدة حزمة الضخ وتوزيع شدة النمط الليزري:**

يعبر المقدار ( $V_{eff}$ ) عن الحجم الفعال لحزمة الضخ مع النمط الليزري من أجل كل نمط ليزري محدد ويعطى بالعلاقة (5) من [6]:

$$V_{eff} = \left( \iiint s_n(r, z) * r_p(r, z) dV \right)^{-1} \quad (5)$$

حيث أن: ( $s_n(r, z)$ ) توزيع شدة النمط الليزري المحدد داخل المجاوبة الليزرية، ( $r_p(r, z)$ ) توزيع شدة حزمة الضخ في الوسط الفعال.

**ثانياً: التوزيع المكاني للشدة الليزرية داخل المجاوب:**

ستدرس في هذا العمل الأنماط ( $LG$ ) من الشكل ( $LG_{lp}$ ) التي تملك توزيعاً لشدة النمط الليزري داخل المجاوبة الليزرية. إن توزيع الشدة للأنماط ( $LG$ ) لها العلاقة الآتية (6) من [3]:

$$s_{lp}(r, z) = \frac{2}{\pi * w_l^2(z) * l! * l} * \left( \frac{2r^2}{w_l^2(z)} \right)^l * \left( L_l^p \left( \frac{2r^2}{w_l^2(z)} \right) \right)^2 * (\cos^2(p * \varepsilon)) * \exp\left(-2 \left( \frac{2r^2}{w_l^2(z)} \right)\right) \quad (6)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$\varepsilon = \arctag \left( \frac{y}{x} \right)$$

حيث إن ( $L_l^p$ ) كثير حدود (Laguerre) من الدرجة ( $l$ )، وتقوم الحسابات على الأنماط من المرتبة ( $p = 0$ ) التي تتميز بتناظر أسطواني، ومن أجل التناظر الأسطواني تصبح علاقة التوزيع لشدة النمط الليزري:

$$s_{l0}(r, z) = \frac{2}{\pi * w_l^2(z) * l! * l} * \left( \frac{2r^2}{w_l^2(z)} \right)^l * \left( L_l^0 \left( \frac{2r^2}{w_l^2(z)} \right) \right)^2 * \exp\left(-2 \left( \frac{2r^2}{w_l^2(z)} \right)\right) \quad (7)$$

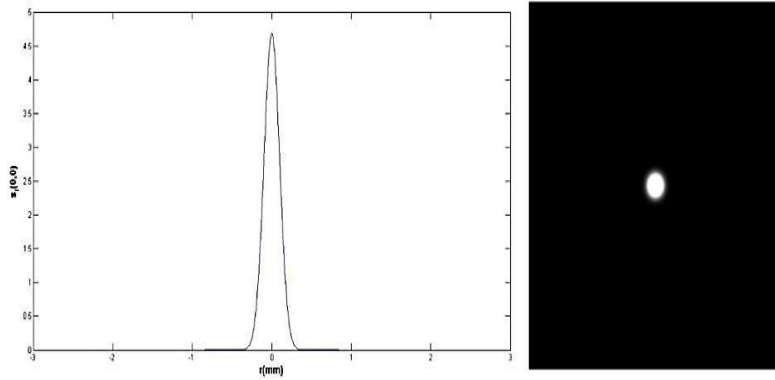
مع الأخذ بعين الاعتبار التقريب الآتي [7]، [2]:  $w_l(z) = w_0$

أي إن خصر الحزمة الليزرية ثابت على طول الوسط الفعال لمادة (Nd-YAG)؛ إذ يتبين حسابياً أن قطر الحزمة الليزرية على السطح الخلفي للقضيب الليزري ( $213 \mu\text{m}$ )،

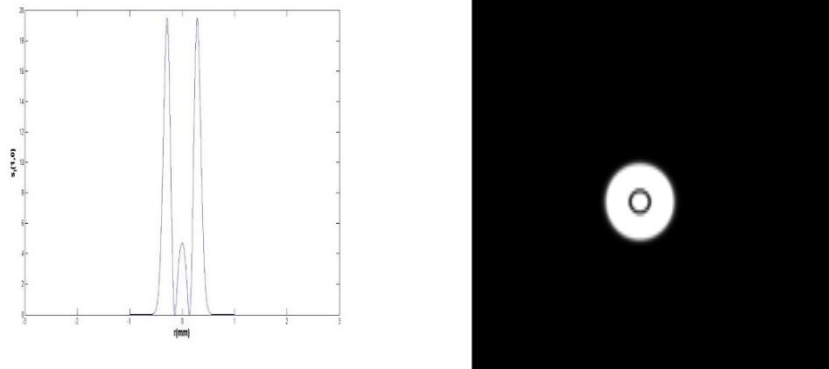


وعلى السطح الأمامي للقضيب ( $213.3 \mu\text{m}$ ). نلاحظ تقريبًا القيمة نفسها على السطحين لذلك تعدّ الحزمة الليزرية ثابتة على طول الوسط الفعال، بسبب طول القضيب الليزري القصير بالنسبة لطول المجاوب فلا يحدث امتصاص أو تغير بخصر الحزمة الليزرية على طول القضيب الليزري.

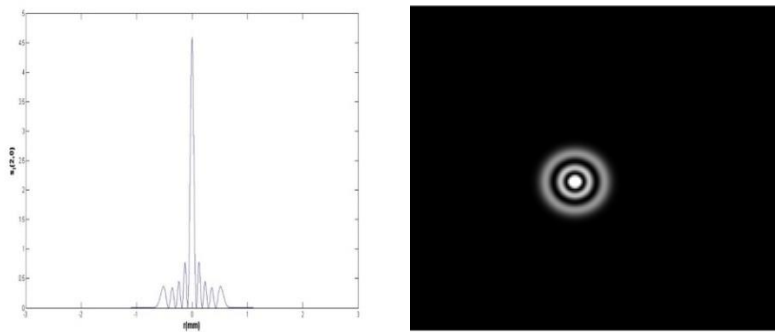
- وتُظهر أشكال شدة التوزع لأنماط الليزرية ( $LG_{00}$ )، ( $LG_{10}$ )، ( $LG_{20}$ ) وتوزعها الفراغي التي يمكن استنتاج علاقاتها الرياضية من العلاقة (7):



الشكل (2) شدة التوزع للنمط ( $LG_{00}$ ) وتوزعه الفراغي.



الشكل (3) شدة التوزيع للنمط ( $LG_{10}$ ) وتوزيعه الفراغي



الشكل (4) شدة التوزيع النمط ( $LG_{20}$ ) وتوزيعه الفراغي.

ثالثاً: التوزيع المكاني للضخ:

يعطى توزيع شدة حزمة الضخ بالعلاقة (8) من [2]:

$$r_p(r, z) = \frac{1}{\pi * w_p^2(z)} * \frac{\alpha * \exp(-\alpha z)}{1 - e^{-\alpha z}} * \varnothing(r - \theta_p |z - z_0|) * \varnothing(\sqrt{\theta_p |z - z_0|^2 + w_p^2} - r) \quad (8)$$

حيث ( $\varnothing$ ) هو تابع خطوي: إذ إن قيمة التابع ( $\varnothing$ ) تساوي الواحد إذا كانت  $x > 0$ ,

وقيمة التابع ( $\varnothing$ ) تساوي الصفر إذا كانت  $x < 0$ .

حيث  $(\alpha = 0.53 \text{ mm})$  معامل امتصاص الوسط الفعال،  $(D = 105 \mu\text{m})$  هو القطر المركزي لليف الضوئي المستخدم،  $(\theta_p = 6.6^\circ)$  تباعد حزمة الضخ قيست بطريقة حرف السكين (Knife edge)، ولا يمكن استخدام الفرض ذاته الذي استخدم بحالة البقعة الليزرية بإهمال تباعد الحزمة الليزرية، والتباعد هنا غير مهم؛ كون منبع الضخ متعدد الأنماط (حزمة أسطوانية) من [6]:

$$w_p(z) = w_{p0} + \theta_p(z - z_0) \quad (9)$$

حيث  $(z_0)$  موقع خصر حزمة الضخ من سطح القضيب الليزري مع اعتبار مبدأ الإحداثيات هو المرآة الخلفية المطلية على سطح القضيب الخلفي،  $(w_{p0})$  هو خصر حزمة الضخ عند خروجها من الليف البصري.

رابعاً: الآليات المتبعة لتغيير قيمة عتبة النمط:

إن توزع شدة الأنماط الليزرية كما رأينا في المعادلة (6) يسمح لنا بوصفنا مصممين بتغيير قيمة  $(w_l)$  فقط، وذلك عن طريق تغيير معاملات المجاوب كتغيير نصف قطر تقعر المرآة الأمامية، وعند تثبيت معاملات المجاوب يصبح توزع شدة الأنماط ثابتاً. لذا للتحكم بقيمة عتبة الضخ يغير التوزع المكاني للضخ؛ إذ يعاد إجراء انسحاب لمحور حزمة الضخ بالاتجاه  $(oz)$  لموضع المحرق [2] وتغيير قيمة  $(w_p)$  عن طريق تغيير النظام البصري، وتحسب قيمة الحجم الفعال من أجل كل نمط ثم تحسب استطاعة العتبة لكل نمط مع مقارنة القيم الناتجة.

#### IV. النمذجة لحساب معامل التغطية (الحجم الفعال):

لدراسة أثر المعاملات السابقة يحدّد أولاً شكل حزمة الضخ ضمن الوسط الفعال، ثم تجري نمذجة حزمة الضخ بتابع مناسب وبعدها يقاس معامل التغطية والحجم الفعلي للضخ ضمن الوسط الفعال  $(V_{eff})$  لكل من الأنماط التي هي موضوع الدراسة، وبعدها يحسب الربح لكل نمط.

أولاً: قياس قطر بقعة الضخ من الديود الليزري بطريقة حرف السكين وقياس التباعد:

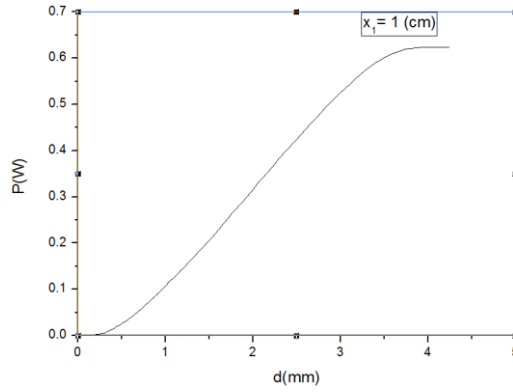
المبدأ: قيسست استطاعة الديود الليزريّ (PN250) المقرون بالليف الضوئيّ الذي يبعد مسافات مختلفة عن الشفرة المستخدمة.

المسافة الأولى بين خرج الليف والشفرة المستخدمة ( $X_1 = 1 \text{ (cm)}$ ):

الجدول (1)

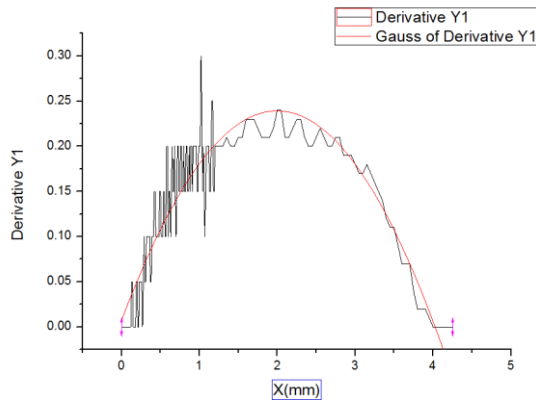
d(mm)	P(W)	d(mm)	P(W)	d(mm)	P(W)	d(mm)	P(W)	d(mm)	P(W)	d(mm)	P(W)	d(mm)	P(W)
0	0	0.27	0.004	0.54	0.030	0.81	0.073	1.08	0.122	1.95	0.304	3.30	0.576
0.01	0	0.28	0.004	0.55	0.032	0.82	0.074	1.09	0.124	2.00	0.315	3.35	0.583
0.02	0	0.29	0.005	0.56	0.033	0.83	0.076	1.10	0.126	2.05	0.328	3.40	0.590
0.03	0	0.3	0.006	0.57	0.034	0.84	0.078	1.11	0.128	2.10	0.339	3.45	0.595
0.04	0	0.31	0.006	0.58	0.035	0.85	0.080	1.12	0.130	2.15	0.349	3.50	0.601
0.05	0	0.32	0.007	0.59	0.338	0.86	0.081	1.13	0.132	2.20	0.360	3.55	0.606
0.06	0	0.33	0.008	0.6	0.039	0.87	0.083	1.14	0.133	2.25	0.371	3.60	0.610
0.07	0	0.34	0.009	0.61	0.040	0.88	0.085	1.15	0.135	2.30	0.383	3.65	0.613
0.08	0	0.35	0.010	0.62	0.042	0.89	0.086	1.16	0.137	2.35	0.394	3.70	0.617
0.09	0	0.36	0.011	0.63	0.043	0.9	0.089	1.17	0.140	2.40	0.404	3.75	0.620
0.1	0	0.37	0.012	0.64	0.044	0.91	0.090	1.18	0.142	2.45	0.414	3.80	0.621
0.11	0	0.38	0.012	0.65	0.046	0.92	0.092	1.19	0.143	2.50	0.424	3.85	0.622
0.26	0.004	0.53	0.029	0.8	0.071	1.07	0.121	1.90	0.293	3.25	0.568	4	

يوضح الجدول (1) استطاعة الخرج المقاسة بدلالة تغير إزاحة حرف السكين. عند رسم البعد بدلالة الاستطاعة المقاسة:



الشكل (5) الاستطاعة المقاسة بدلالة البعد

بعد القيام بعملية اشتقاق للشكل الناتج لمعرفة (waist) للحزمة، بعد الاشتقاق ينتج:



الشكل (6) اشتقاق منحنى الاستطاعة المقاسة بدلالة البعد

نستنتج من الشكل الأخير بعد الاشتقاق بأن الاستطاعة العظمى تكون قيمتها (  $P_{max} =$  )

$0.22 (w)$  عند البعد  $(d_{max} = 2(mm))$ ، ولاستنتاج قيمة الخصر:

$$(y_1 = P_{max}/e^2 = 0.22/e^2 = 0.03 (mm))$$

وعند هذه القيمة تكون:  $(x_1 = 0.03, x_2 = 3.66)$

فتكون قيمة الخصر:

$$(2w_1 = x_2 - x_1 = 3.66 - 0.03 = 3.63 \text{ (mm)})$$

$$(w_1 = 3.63/2 = 1.81 \text{ (mm)})$$

- المسافة الثانية بين الديود الليزريّ المقرون بالليف والشفرة المستخدمة (  $X_2 = 2$  (cm)) وعند رسم البعد بدلالة الاستطاعة المقاسة والقيام بعملية الاشتقاق للشكل الناتج لمعرفة (waist) للحزمة، نستنتج من الشكل بعد الاشتقاق بأن الاستطاعة العظمى تكون قيمتها (  $P_{\max} = 0.1$  (w)) عند البعد (  $d_{\max} = 5$ (mm)) ولاستنتاج قيمة الخصر:

$$(y_1 = P_{\max}/e^2 = 0.1/e^2 = 0.01 \text{ (mm)})$$

$$(x_1 = 0.76, x_2 = 8.70) \text{ تكون:}$$

فتكون قيمة الخصر:

$$(2w_2 = x_2 - x_1 = 8.70 - 0.76 = 8 \text{ (mm)})$$

$$(w_2 = 8/2 = 4 \text{ (mm)})$$

- المسافة الثالثة بين الديود الليزريّ المقرون بالليف والشفرة المستخدمة (  $X_3 = 3.5$  (cm))، عند رسم البعد بدلالة الاستطاعة المقاسة، بعد القيام بعملية اشتقاق للشكل الناتج لمعرفة (waist) للحزمة والاشتقاق ينتج من الشكل الأخير بأن الاستطاعة العظمى تكون قيمتها (  $P_{\max} = 0.229$  (w)) عند البعد (  $d_{\max} = 5$ (mm)) ولاستنتاج قيمة الخصر:

$$(y_1 = P_{\max}/e^2 = 0.22/e^2 = 0.029 \text{ (mm)})$$

$$(x_1 = 1.75, x_2 = 11.19) \text{ تكون:}$$

فتكون قيمة الخصر:

$$(2w_3 = x_2 - x_1 = 11.19 - 1.75 = 9.24 \text{ (mm)})$$

$$(w_3 = 9.24/2 = 4.71 \text{ (mm)})$$

نلاحظ بأن قيم الخصر تتزايد مع تزايد البعد بين الشفرة والديود المقرون بالليف باستخدام طريقة حرف السكين.

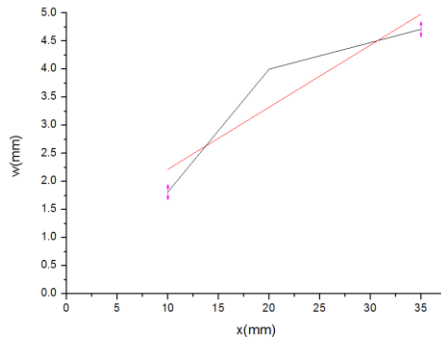
وبعد رسم الخصر بدلالة البعد:

الجدول (2)

W(mm)	X(mm)
1.81	10
4	20
4.71	35

يوضح الجدول (2) قيم خصر النمط الناتجة بدلالة بعد حرف السكين، نلاحظ مع زيادة بعد حرف السكين تزداد قيمة خصر النمط الليزري.

ولاختيار أفضل مستقيم مع كتابة معادلة المستقيم التي تمر من ثلاث نقاط:



الشكل (7) الاستطاعة بدلالة البعد

ويكون ميل المستقيم الذي يمثل قيمة التباعد:

$$\theta = \frac{w_3 - w_1}{x_3 - x_1} = \frac{4.71 - 1.81}{35 - 10} = 0.116 \text{ (rad)}$$

$$\theta/2 = 6.6$$

$$\theta = 13^\circ = \frac{13 * \pi}{180} = 0.226 \text{ (rad)}$$

- وعند قياس التباعد بشكل خشن: أي بقياس نصف قطر البقعة الليزرية (من الليف حتى بعد أكبر قطر للبقعة الليزرية) أي على بعد (15 cm) فيكون قطر البقعة

الليزرية (3.4 cm):

$$tg(\theta/2) = \frac{3.4/2}{15} \Rightarrow \theta/2 = 6.5^\circ = 0.113 \text{ (rad)}$$

$$\theta = 2 * 6.5 = 13^\circ = 0.226 \text{ (rad)}$$

نلاحظ التوافق في قيم التباعد عند قياسه بطريقة الشفرة أو طريقة حرف السكين مع طريقة قياس التباعد بالطريقة الخشنة:

$$\theta = 6.6^\circ = 0.113 \text{ (rad)}$$

ثانيًا: تختار أفضل قيم لخصر ( $w_{l0}$ ) للنمط الليزري ( $LG_{00}$ ) على المرآة المستوية لاختيار أفضل استطاعة خرج من [7] مع اختيار قيم استطاعة الدخل ( $P_{in}$ ) مختلفة ومعامل الامتصاص بلورة (Nd- YAG) ( $\alpha = 0.53 \text{ mm}^{-1}$ )، ( $l = 0.7 \text{ cm}$ ) طول الوسط الفعال، تحسب القيمة الأمثل حيث تحسب من العلاقة (10) من [7]:

$$w_{l0,opt} = \sqrt{4\beta \ln(2) \{g_+(x, \beta) - g_-(x, \beta) - 1\}} \quad (10)$$

حيث إن:

$$\beta = c/n * \alpha = w_{po} * \theta/n * \alpha = 52.5 * 10^{-3} * 6.6/1.82 * 0.53$$

$$= 0.006 \text{ (rad. mm}^2\text{)}$$

$$g_{\pm} = \left( \frac{\sqrt{3} \sqrt{27(x/4\beta \ln(2))^2 + 1}}{9} \pm \frac{x}{4\beta \ln(2)} \right)^{1/3} \quad (11)$$

$$x = \frac{P_{in}}{\pi \gamma I_{sat} / 2 \eta_p} \quad (12)$$



تستخدم المعطيات الخاصة لمادة (Nd-YAG)  $\eta_p = 0.69$ ، بالحساب ومن أجل استطاعة ضخ ( $P_{in} = 1500 \text{ (mW)}$ ) ينتج معنا القيمة المثلى للنمط الليزري الأساسي ( $LG_{00}$ ):

$w_{l0,opt} = 213 \mu\text{m}$  للحصول على هذه القيمة يختار مجاوب بطول ( $L=8.2 \text{ (cm)}$ ) ونصف قطر تقعر مرآة الخرج ( $r= 300 \text{ (mm)}$ ) بعكسيه ( $R= 85 \%$ )، وينتج معنا نصف قطر البقعة الليزرية نظرياً أي من العلاقة [3]:

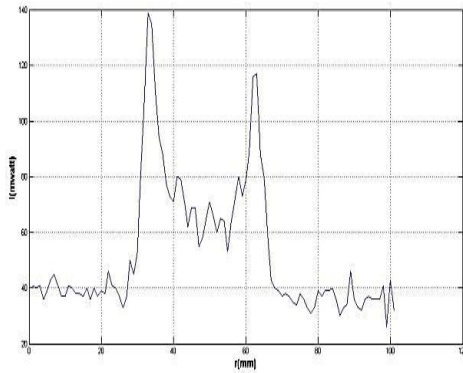
$$W_1^2 = W_{l0}^2 = \frac{\lambda}{\pi} * \sqrt{L(r-L)} \quad (13)$$

$$w_{l0} = 212.7 \mu\text{m}$$

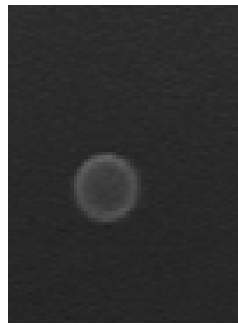
نلاحظ أن قيمة نصف قطر البقعة الليزرية متقاربة مع القيمة المثلى.

ثالثاً: قياس التوزيع الفراغي لحزمة الضخ داخل القضيب الليزري: عند الضخ باستطاعات مختلفة مع أخذ صور لتوزيع الضخ.

أظهر القياس باستخدام آلة التصوير (CCD) الشكل الحلقي لحزمة الضخ كما في الشكل (8).



ب



أ

الشكل (8) الشكل الحلقي لحزمة الضخ. مسجلة بواسطة آلة تصوير (CCD)

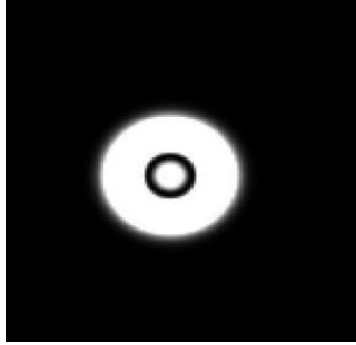
يوضح الشكل (8) حزمة الضخ حلقيه الشكل، (أ) الصورة بواسطة آلة تصوير (CCD)، (ب) مقطع الشدة لحزمة الضخ حلقيه الشكل، للقياس الدقيق لمقطع الحزمة نستخدم

طريقة حرف السكين (Knife edge) التي تظهر أن نصف قطر بقعة الضخ في المحرق  $(50 \pm 5 \mu m)$ .

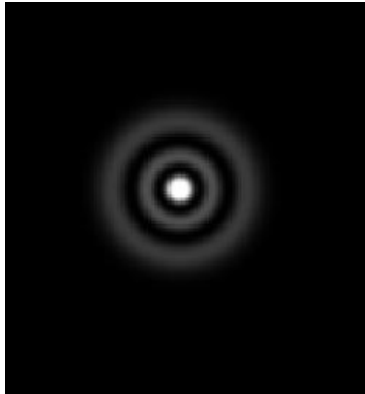
خامسًا: حساب معامل التغطية أو الحجم الفعال بين شدة الضخ والنمط الليزري الغاوصي [6]:  
إن الحجم الفعال عند الضخ لكل نمط لييزري يعطى بالعلاقة الآتية:

$$V_{eff} = \left( \iiint s_{l0}(r, z) * \Gamma_p(r, z) * dv \right)^{-1} \quad (14)$$

ويظهر الشكلان (9) و (10) التوزيع الفراغي لجداء توزيع حزمة الضخ بالتوزيع الفراغي للنمط الليزري:



الشكل (9) ناتج جداء توزيع حزمة الضخ بالتوزيع الفراغي للنمط الليزري (LG10)



الشكل (10) ناتج جداء توزيع حزمة الضخ بالتوزيع الفراغي للنمط الليزري (LG20)

نلاحظ أن التغطية في حالة النمط (LG10) أكبر في الجزء الحلقي، في حين التغطية في حالة النمط (LG20) متمركزة في المركز.

يعطي الحساب حجمًا فعليًا  $(V_{eff(10)} = mm^3)$  للنمط (LG10) وحجمًا فعليًا  $(V_{eff(20)} = mm^3)$  للنمط (LG20). ونلاحظ أن الحجم الفعلي يختلف باختلاف النمط، وهو ما ينعكس على عتبة الضخ لكل نمط.

سادسًا: حساب استطاعة العتبة بوصفه تابعًا لموضع المحرقة:

قمنا بحساب استطاعة العتبة لأنماط مختلفة بوصفه تابعًا لموضع المحرقة لحزمة الضخ في القضيب الليزري، إذ استخدم برنامج (MATLAB) لدراسة تبعية استطاعة العتبة لموضع المحرقة  $(Z_0)$ ، ثم نرسم  $(P_{th})$  بدلالة  $(Z_0)$ .

من العلاقة (1) يمكن حساب استطاعة عتبة الضخ لكل نمط ليزري، وتوضح العلاقة أن النمط الذي يملك أكبر تراكب أو تداخل بين توزع شدة حزمة الضخ وتوزع شدة النمط الليزري داخل المجاوب يملك أصغر استطاعة عتبة، وهذا النمط سوف يسيطر على الخرج الليزري.

لدراسة تبعية استطاعة العتبة لموضع المحرقة  $(Z_0)$  رُسم  $(P_{th})$  بدلالة  $(Z_0)$  [2]:

$$P_{thl.0}(z_0) = \frac{\pi \gamma I_{sat}}{\eta_p} * \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha} * \frac{w_p^2}{\int_0^L Q_l(z_0) * e^{-\alpha z} dz} \quad (15)$$

$$Q_l(z_0) = \sum_{j=0}^l \frac{1}{(l-j)!} * \left\{ \varrho^{l-j} * e^{-\varrho} - \left( \varrho + \frac{2w_p^2}{w_{l0}^2} \right)^{l-j} * e^{-\left( \varrho + \frac{2w_p^2}{w_{l0}^2} \right)} \right\} \quad (16)$$

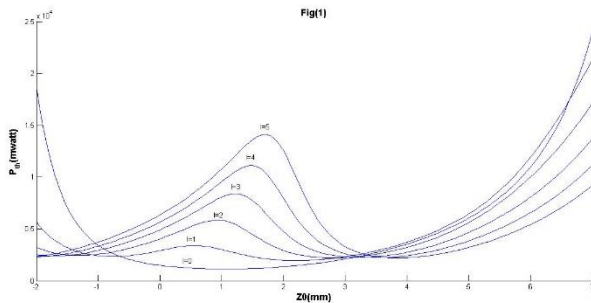
حيث إن:

$$\varrho = 2 \left[ \frac{\theta_p(z - z_0)}{w_0} \right]^2 \quad (17)$$

استخدم في هذا العمل ديود ليزري نصف ناقل يعمل عند طول موجة  $(\lambda = 808 \text{ nm})$  من طراز (WSLX-808-007-H) مقترن مع ليف بصري يضح بشكل خلفي قضيبًا ليزريًا من نوع (Nd- YAG) بطول  $(l = 7 \text{ mm})$  وقطر  $(\varnothing = 4 \text{ mm})$ ، حيث يوجد

الوسط الفعال ضمن مجاوية بطول ( $L = 8.2 \text{ cm}$ ) إحدى مرآتها هي مرآة مستوية مطلية بنفوذية لطول موجة حزمة الضخ وعاكسية (100%) لطول موجة حزمة الليزر على وجه القضيب الليزري والمرآة الأمامية نصف قطرها ( $r = 300 \text{ mm}$ ) وعاكسيه ( $R = 80 \%$ ) مع نظام عدسات حيث العدسة الأولى هي عدسة التجميع (مجمع) (collimation) وتملك بعدًا محرقياً ( $f = 22 \text{ mm}$ )، وهي عدسة محدبة الوجهين والعدسة الثانية عدسة المحرقة (focusing) ببعدها المحرقي ( $f = 12.7 \text{ mm}$ )، وهي عدسة محدبة الوجهين بنسبة تكبير (0.5) مع وجود النظام البصري تصغر حزمة الضخ إلى نصف القيمة.

النتائج الحسابية لتبعية استطاعة العتبة لموضع المحرقة لحزمة الضخ ( $Z_0$ ) موضحة في الشكل (11).

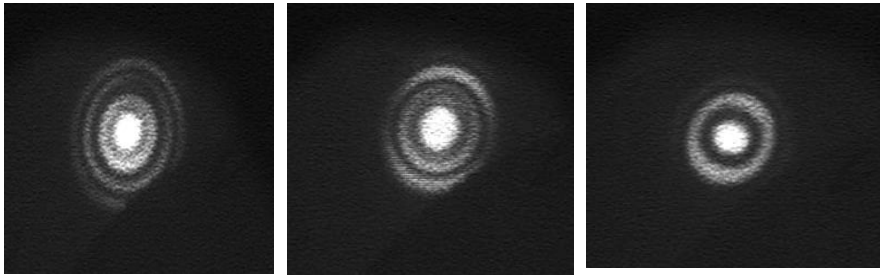


الشكل (11) يوضح تبعية استطاعة العتبة لموضع محرقة حزمة الضخ للأنماط الخمسة الأولى

يوضح الشكل (11) تبعية استطاعة العتبة على موضع المحرقة لحزمة الضخ للأنماط الخمسة الأولى، نجد من الشكل أن النمط الغاوصي ( $LG_{00}$ ) يملك أقل استطاعة عتبة لموضع المحرقة، والنمط الذي يليه ( $LG_{10}$ ) يملك استطاعة عتبة أعلى، ينتج أن الضخ بقيمة استطاعة دون غيرها عند موضع محرقة محدد يولد نمط دون آخر بقيم محددة للرمز ( $l$ )، حيث إن الأنماط العرضية التي تملك أقل استطاعة عتبة يمكن أن تنهار داخل المهتز منذ البداية، أي عند اختيار قيمة لاستطاعة العتبة من الشكل (11) ( $P_{th} =$

من أجل قيمة موضع محرقة ( $Z_0 = 0$ ) فإن الأنماط ( $LG_{20}$ ,  $LG_{10}$ ,  $LG_{00}$ ) قابلة للتولد؛ لأن قيمة استطاعة العتبة أقل من قيمة استطاعة الضخ، لذلك فإنه لتوليد الأنماط الأعلى يمكن إزاحة موضع المحرقة إلى ( $Z_0 = 5$  mm) يمكن توليد الأنماط ( $LG_{50}$ ,  $LG_{40}$ ,  $LG_{30}$ ).

من أجل بعض قيم ( $Z_0$ ) يمكن التخلص من الأنماط الأخرى والابتعاد عن نمط واحد يحقق أقل عتبة ضخ عند هذه القيمة ل ( $Z_0$ ). مثلاً ( $Z_0 = 1$ ) يمكن الحصول على النمط ( $LG_{00}$ ) فقط، في حين من أجل ( $Z_0 > 4$ ) يمكن الحصول على النمط ( $LG_{50}$ )، وإن كان من الصعوبة فصل الأنماط نتيجة لتقارب قيم ( $Z_0$ ) لها. أما عند قيمة ( $Z_0 = -2$ ) فإننا يمكن أن نولد النمط ( $LG_{00}$ ) ولكن نحصل على تراكم لعدد من الأنماط عند الضخ باستطاعة (1.2 W).



(c)

(b)

(a)

الشكل (12) يبين التوزيع الفراغي للحزمة الليزرية بواسطة آلة تصوير (CCD) لحزمة الأنماط (LG) بتوزيعات شدة مختلفة. (a) النمط ( $LG_{10}$ )، (b) النمط ( $LG_{20}$ )، (c) النمط ( $LG_{30}$ ).

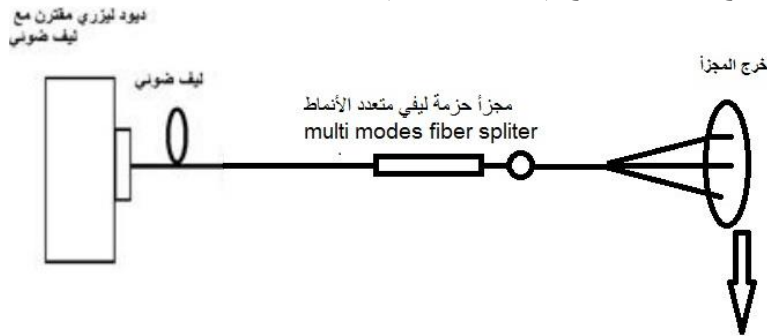
يوضح الشكل (12) أشكال الحزمة الليزرية التي تم الحصول عليها بشكل تجريبي لأنماط (LG)؛ إذ يوضح الشكل (a) النمط ( $LG_{10}$ ) مع النمط ( $LG_{00}$ )، أما الشكل (b)

فيوضح النمط ( $LG_{20}$ ) مع النمط ( $LG_{00}$ )، وأخيراً الشكل (c) يوضح النمط ( $LG_{30}$ ) مع النمط ( $LG_{00}$ ) المسجلة بآلة تصوير (CCD) عند مواضع مختلفة.

سابقاً: الضخ باستخدام مصدر متعدد المنابع:

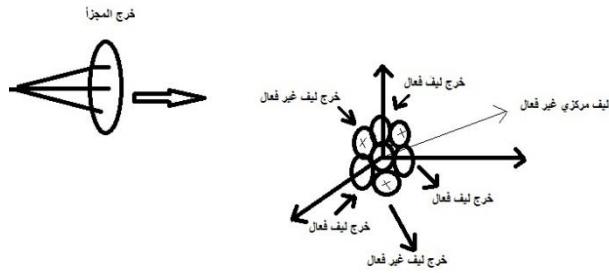
عند العمل بهذه الطريقة الموضحة في الأعلى تبين عدم القدرة على فصل النمط الغاوصي عن الأنماط الأعلى ترتيباً، لذلك اقترحت طريقة ثانية والعمل عليها لتحقيق عملية الفصل.

وذلك باستخدام ديود ليزري ووصل خرجه إلى مجزئ حزمة ليفي متعدد الأنماط (multi modes fibre splitter) يكون خرج المجزئ عبارة عن ثلاث حزم، واستطاعة كل حزمة ناتجة عنه هي ثلث استطاعة حزمة الضخ، تجمّع الألياف الثلاثة الفعالة بمسافات محددة حيث يمثل ( $x_1 = 0, y_1 = 62.5 (\mu m)$ ) بعد الليف الأول عن المركز وفق المحاور الإحداثية، أما ( $x_2 = 54.125 (\mu m), y_2 = -36.08 (\mu m)$ ) فتمثل بعد الليف الثاني عن المركز، و( $x_3 = -54.125 (\mu m), y_3 = 36.08 (\mu m)$ ) تمثل بعد الليف الثالث عن المركز. والزاوية بينها ( $120^\circ$ ) مع ثلاثة ألياف غير فعالة؛ إذ تشكل الألياف الفعالة مع الألياف غير الفعالة حلقة ثانية حول الحلقة المركزية المؤلفة من ليف غير فعال لضمان عدم ظهور النمط الغاوصي ( $LG_{00}$ ) مع الأنماط المنافسة المطلوبة، تعالج النتائج بواسطة برنامج (MATLAB14).



الشكل (13) شكل توضيحي لوصول مجزئ الحزمة الليفي متعدد الأنماط

يوضح الشكل (13) ديود ليزريّ مقترن مع ليف ضوئيّ يكون خرجته متصل مع مجزئ حزمة ليفي متعدد الأنماط.



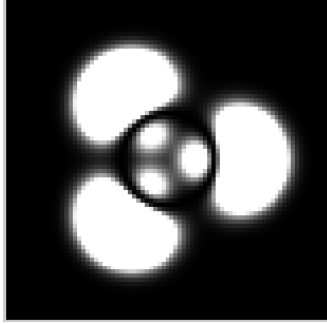
الشكل (14) شكل توضيحي لخرج المجزئ

يوضح الشكل (14) شكل حزمة الضخ على مخرج المجزئ الثلاثي مع ثلاث ألياف غير فعالة تشكل هذه الألياف الستة (ثلاثة ألياف فعالة وثلاثة ألياف غير فعالة) حلقة ثانية، والحلقة الأولى عبارة عن ليف مركزي غير فعال، أيضًا، لضمان التناظر؛ إذ تنتج أنماط  $(LG_{10})$ ، كما سنبين فيما يأتي:

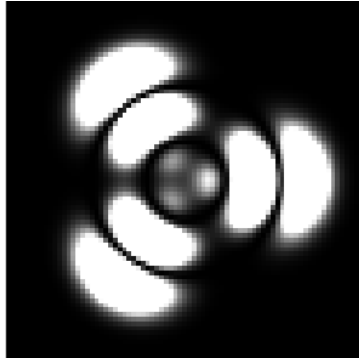
أولاً: يُرسم التداخل، ويحسب من العلاقة (14) بين شدة النمط الغاوصي  $(LG_{00})$  وشدة الضخ بثلاثة ألياف من العلاقة الآتية:

$$r_p(x - x_i, y - y_i) = \frac{2 * \alpha * e^{-\alpha z}}{\pi * w_p^2(z) * (1 - e^{-\alpha l})} * \left[ e^{-\frac{2(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{w_p^2(z)}} + e^{-\frac{2(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}{w_p^2(z)}} + e^{-\frac{2(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2}{w_p^2(z)}} \right] \quad (18)$$

ثانياً: تُحسب التغطية بين شدة النمط  $(LG_{10})$ ، وشدة الضخ بثلاثة ألياف من العلاقة (18) ينتج شكل التغطية:



الشكل (15) ناتج جداء توزيع حزمة الضخ بثلاثة ألياف بالتوزيع الفراغي للنمط الليزري (LG10) ثالثاً: تُحسب التغطية بين شدة النمط ( $LG_{20}$ )، وشدة الضخ بثلاثة ألياف من العلاقة (18) ينتج شكل التغطية:



الشكل (16) تداخل شدة النمط الغاوسي ( $LG_{20}$ )، مع شدة الضخ لثلاث ألياف رابعاً: لحساب قيمة الريح بين شدة النمط الليزري وشدة الضخ بثلاثة ألياف:

$$g_0 = 2 * \eta_p * P_{in} / V_{eff} * I_{sat} \quad (19)$$

تكون قيمة معامل الريح الفعلي بين شدة النمط ( $LG_{00}$ )، وشدة الضخ بثلاثة ألياف عند استطاعة ( $P_{in} = 1.5 W$ ) هي ( $g_0 = 0.0159 \text{ mm}^{-1}$ ).



أما قيمة معامل الريح الفعلي بين شدة النمط ( $LG_{10}$ )، وشدة الضخ بثلاثة ألياف عند استطاعة ( $P_{in} = 1.5 W$ ) فتكون ( $g_0 = 0.06 \text{ (mm}^{-1}\text{)}$ ).  
خامساً: حساب معامل الريح الكلي:

$$G = e^{g_0 * l} \quad (20)$$

تكون قيمة معامل الريح الكلي لشدة النمط ( $LG_{00}$ )،  $G = 1.11$ .

تكون قيمة معامل الريح الكلي لشدة النمط ( $LG_{10}$ )،  $G = 1.52$ .

سادساً: حساب قيمة ربح العتبة ضمن القضيب الليزري ذي الطول ( $l = 0.7 \text{ (cm)}$ ) عند قيمتين مختلفتين للعاكسيه ( $R = 80, 85 \%$ ) عند القطر نفسه للمرآة حيث ( $\epsilon$ ) الضياعات الداخلية ( $\epsilon = 0.1$ ):

$$I_0 = I_0 * G_{th}^2 * R * (1 - \epsilon) \quad (21)$$

تكون قيمة الريح عند العتبة عند عاكسيه المرآة ( $R = 80\%$ ):

$$G_{th} = \sqrt{\frac{1}{R(1 - \epsilon)}} = 1.17$$

تكون قيمة الريح عند العتبة عند عاكسيه المرآة ( $R = 85\%$ )،  $G_{th} = 1.14$ .

وللتحكم بالأنماط المنافسة؛ أي ظهور النمط المنافس المطلوب إظهاره، يجب تحقيق الشرط الآتي:

$$G_{00} < G_{th} < G_{10} \quad (22)$$

عند عاكسيه المرآة ( $R = 80\%$ ) يتحقق الشرط:

$$1.11 < 1.14 < 1.52$$

تعني العلاقة (22)، أنه لإظهار النمط ( $LG_{10}$ ) يجب أن يكون معامل الريح لهذا النمط ( $G_{10}$ ) أكبر من معامل ربح العتبة ( $G_{th}$ )، ومعامل ربح العتبة ( $G_{th}$ ) يجب أن يكون أكبر من معامل ربح النمط الغاوصي ( $G_{00}$ )، بهذه الحسابات يجب أن يظهر النمط ( $G_{10}$ ) دون ظهور النمط الغاوصي ( $G_{00}$ )، كما تبينه الحسابات السابقة.

سابقاً: حساب استطاعة العتبة (الاستطاعة التي يظهر عندها الليزر) عند الضخ

باستطاعة ( $P_{in} = 1.5 W$ ) بشكل نظري من [3] :

$$P_{th} = \left( \frac{L - \ln R}{2} \right) * \left( \frac{A * h \nu_1}{\eta_p * \sigma * T_f} \right) = 0.5 W \quad (23)$$

$A = \pi * Y = \frac{L - \ln R}{2} = 0.084$  الضياع اللوغاريتمي في أثناء مرور واحد،

$(w_{l0})^2$  مساحة النمط الليزري على طول الوسط الفعال، ينتج أن المردود هو (33%).

#### V. الخاتمة:

في الخلاصة، اثبتت طريقتان للحصول على الأنماط الأعلى ترتيباً: الطريقة الأولى: توليد أنماط ( $LG_{10}$ ) المهيمنة حلقة الشكل في نظام ضخ بشكل خلفي بواسطة محرقة حزمة الديود ليزري مقترن مع ليف بصري لينتج ضخ حلقي الشكل، وتزودنا أيضاً الدراسة النظرية بأن استطاعة العتبة للنمط المهيمن تتعلق بموضع المحرقة لحزمة الضخ؛ إذ إن القيم التجريبية لاستطاعة العتبة متوافقة مع القيم التحليلية للنمط المهيمن ( $LG_{10}$ )، وتبين من هذه الطريقة أنه لا يمكن فصل النمط الغاوسي عن النمط المنافس المطلوب. لذلك اتبعت طريقة ثانية باستخدام مجزئ حزمة موصول على خرج الليف المقترن مع ديود الليزري، وأجريت دراسة نظرية على هذه الطريقة، وسوف تطبق مخبرياً لتثبيت صحة الطريقة والنتائج، وصعوبة هذه الطريقة من حيث التطبيق وضبط المسافات الدقيقة بين الألياف وتجميع الألياف لاسيما أن الأبعاد التي يتم التعامل معها من مرتبة أجزاء المليمتر في الاتجاه العرضاني.

**المراجع:**

1. Mitchell A, et al, 2019- The Resilience of Hermite- and Laguerre-Gaussian Modes in Turbulence. JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY, 6P.
2. CHEN Y-F, et al, 2000- Generation of Laguerre-Gaussian modes in fiber-coupled laser diode end- pumped lasers. Springer, 4P.
3. W. Koechner, et al, 2006- Solid State Laser Engineering. Springer, 6th. New York, 765.
4. Kim J.W, et al, 2013- Selective generation of Laguerre-Gaussian (LG<sub>0n</sub>) mode output in a diode-laser pumped Nd:YAG laser. Elsevier, 4P.
5. BISSON J-F, et al, 2005- Generation of Laguerre-Gaussian modes in Nd-YAG laser using diffractive optical pumping. Astro Ltd, NO 7, 8P.
6. CHEN Y.F, et al, 1997- Generation of Hermite- Gaussian Modes in Fiber- Coupled Laser- Diode End- Pumped Lasers. IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS, VOL 33M NO 6, 7P.
7. CHEN Y.F, et al, 1997- Analytical model for the design of fiber-coupled laser- diode end- pumped lasers. RLSEVIER, 8P.
8. Dabu R, et al, 2004- Design and characterization of an end- pumped Nd: YAG microlaser. Romanian Reports in Phisics, VOL 56, NO 2, 12P.